

**TARSKI'S ARGUMENT AND THE THEORIES OF MEANING
OF KAZIMIERZ AJDUKIEWICZ**

– Jerzy Hanusek –

Abstract. In the years 1931-1934 Kazimierz Ajdukiewicz formulated two versions of the theory of meaning. Tarski showed that the second version of the theory allows for the existence of synonymous names of different denotation. This feature was considered by Tarski and Ajdukiewicz for disqualifying theory. In the article I briefly present assumptions of the theory and make a detailed comparison of both versions of the theory, primarily because of the basic definition of interchangeability of expressions. For this purpose I present a formalization of basic definitions and show that Tarski's objection also applies to the first version of the theory. The strength of Tarski's argument is based on the assumption that no adequate theory of meaning must not permit the existence of synonymous names of different denotation. I undertake discussions with the standpoint.

Keywords: Tarski, Ajdukiewicz, directives of meaning, meaning of names, synonymity.

Uwagi historyczne

Przyjmuje się, że jedną z pierwszych prób skonstruowania formalnej teorii znaczenia była teoria przedstawiona przez Kazimierza Ajdukiewicza w pracy Ajdukiewicz [1931]. Trzy lata później, w pracy Ajdukiewicz [1934], opublikował on znacząco zmodyfikowaną wersję swojej teorii. Zmianie uległa między innymi definicja relacji wzajemnej wymienialności wyrażań, która dla teorii znaczenia Kazimierza Ajdukiewicza jest definicją podstawową. Prace różnią się także zastosowaną terminologią. Ponadto teoria zaprezentowana w Ajdukiewicz [1934] jest znacznie bardziej rozbudowana, niż teoria przedstawiona w Ajdukiewicz [1931]. Pogląd, że są to dwie różne teorie, wydaje się z powyższych względów uzasadniony. Według niektórych badaczy konsekwencje zmiany podstawowej definicji wymienialności wyrażań są na tyle poważne, że w rezultacie otrzymujemy teorię nietrafną, podczas gdy teoria pierwotna była teorią trafną¹. Inni badacze wskazują, że odmienność terminologii zastosowanej w obu pracach, jest związana z istotnymi różnicami leżącymi u podstaw obu teorii i łączy się

¹ Np. Buszkowski [2008].

z odmienną w obu pracach perspektywą widzenia języka². Z drugiej strony wyjściowe intuicje wydają się w przypadku obu teorii te same, zatem równie dobrze można przyjąć, że mamy do czynienia z jedną ewoluującą teorią. W wielu ogólnych omówieniach teorii Ajdukiewicza problem przyczyn i skutków modyfikacji podstawowej definicji, na której opierają się dwie wersje jego teorii znaczenia, został pominięty³, co jest często usprawiedliwione syntetycznym charakterem tych opracowań lub skupieniem uwagi na teorii z roku 1934. W poniższych rozważaniach wybieramy wariant pierwszy. Teorię z roku 1931 będziemy oznaczać przez $A1$, a teorię z roku 1934 przez $A2$. Pokażemy, że istniejące różnice między obiema teoriami są znaczące. Nie leżą one jednak tam, gdzie zwykle się to wskazuje. Owe różnice nie uzasadniają też twierdzenia, że teoria $A1$ jest teorią trafną, a teoria $A2$ jest teorią nietrafną. Zamierzenie Ajdukiewicza miało, jak się wydaje, charakter analogiczny w stosunku do zamierzenia Alfreda Tarskiego, który niemal w tym samym czasie przedstawił słynne prace dotyczące formalnej definicji prawdy. Oba projekty wpisywały się w szerszy nurt badań logicznych, których celem była formalizacja ważnych, intuicyjnych pojęć związanych z logiką i matematyką (prawda, znaczenie, obliczalność), przynajmniej w odniesieniu do formalnie zdefiniowanych kontekstów. Tarski o pojęciu znaczenia mówić nie chciał⁴.

Przedmiotem szczególnego zainteresowania Ajdukiewicza było pojęcie równoznaczności. Zamiana wyrażenia α na równoznaczne mu wyrażenie β w zdaniach uznawanych za prawdziwe powinno prowadzić do zdań, które również powinny być uznane za prawdziwe. Z drugiej strony, jeżeli wyrażenia α i β nie są równoznaczne, to powinno istnieć takie zdanie uznawane za prawdziwe, z którego po dokonaniu powyższej zamiany otrzymujemy zdanie, którego prawdziwości nie uznajemy⁵. Semantyczne pojęcie równoznaczności można zatem powiązać z syntaktyczno-pragmatycznym pojęciem domknięcia pewnego zbioru zdań na wzajemną wymienialność wyrażień.

Relacja wzajemnej wymienialności wyrażień należących do języka L , a więc i po-

² Np. Olech [1993].

³ Por. Woleński [1985], Wójcicki [1999], Jedynek [2003], Olech [1993].

⁴ Podczas dyskusji nad koncepcją Tarskiego Maria Kokoszyńska wysunęła postulat głoszący, że pojęcie prawdy powinno być zrelatywizowane do pojęcia znaczenia, Tarski odpowiedział jej, że "byłoby rzeczą prostszą relatywizować pojęcie prawdy do pojęcia języka, które wydaje się pojęciem jaśniejszym i logicznie mniej skomplikowanym od pojęcia znaczenia" (Tarski [1936] s. 203). Chęć uniknięcia rozważań o znaczeniu była zapewne jednym z powodów zmiany stanowiska Tarskiego w kwestii relacji między językiem przedmiotowym i definiowanym przez niego metajęzykiem. Początkowo przyjmował on, że metajęzyk zawiera przekłady wyrażień z języka przedmiotowego. Przekład jednak jest pojęciem związanym z pojęciem znaczenia. Dlatego Tarski ostatecznie przyjął, że metajęzyk zawiera wyrażenia języka.

⁵ Uznanie zdania za prawdziwe nie musi oznaczać, że zdanie jest prawdziwe. Ajdukiewicz wiąże pojęcie znaczenia z pragmatyką języka.

jęcie równoznaczności dla tego języka, jest w obu teoriach Ajdukiewicza zrelatywizowana do zbioru tzw. dyrektyw znaczeniowych języka L . Z tego powodu teorie Ajdukiewicza noszą nazwę dyrektywalnych teorii znaczenia. W szczególnych przypadkach zbiór dyrektyw znaczeniowych może być zredukowany do zbioru zdań. Nazwa ta powinna więc objąć każdą teorię znaczenia, w której definicja relacji równoznaczności na zbiorze wyrażen języka L jest zrelatywizowana do pewnego wyróżnionego zbioru zdań w tym języku.

Niech będzie dany dowolny zinterpretowany język L . Możliwą dyrektywą znaczeniową dla języka L nazywamy dowolną uporządkowaną parę postaci $\langle W_\alpha, \alpha \rangle$, gdzie α jest zdaniem języka L , a W_α jest możliwym warunkiem uznania tego zdania, bez względu na to jaki charakter ma ów warunek i w jaki sposób jest definiowany. Zbiór wszystkich możliwych warunków uznania dla zdań z języka L oznaczmy przez W^L , zbiór wszystkich zdań języka L przez S^L . Pojęcie możliwej dyrektywy znaczeniowej dla języka L staje się pojęciem formalnym jedynie wtedy, gdy zarówno język L , jak i zbiór W^L są zdefiniowane formalnie.

Spośród możliwych dyrektyw znaczeniowych dla języka L wyróżniamy dyrektywy znaczeniowe języka L . Dyrektywami znaczeniowymi zinterpretowanego języka L są te możliwe dyrektywy znaczeniowe dla języka L , które spełniają następujący warunek: jeżeli zachodzi warunek W_α , to członek wspólnoty posługującej się językiem L , nie może odrzucić zdania α . Musi je uznać, przy czym akt uznania jest przez Ajdukiewicza rozumiany czysto pragmatycznie i nie musi być związany z wiarą lub wiedzą użytkownika języka. Odrzucenie zdania α przy spełnionym warunku W_α , w przypadku gdy para $\langle W_\alpha, \alpha \rangle$ jest dyrektywą znaczeniową języka L , jest oznaką tego, że dana osoba (ogólniej podmiot językowy) nie należy do społeczności posługującej się językiem L i przypisującej jego wyrażeniom te same znaczenia. Ajdukiewicz zakłada, że dla dowolnego wyrażenia zinterpretowanego języka L , istnieją dyrektywy znaczeniowe tego języka, w których to wyrażenie występuje.

Warunek W_α , będący składnikiem dyrektywy znaczeniowej, może mieć charakter językowy lub pozajęzykowy. Charakter językowy ma wtedy, gdy polega na uznaniu pewnych zdań (może to być zbiór pusty). W takim przypadku utożsamiamy warunek W_α ze zbiorem tych zdań.

W zależności od typu warunku Ajdukiewicz wyróżnia trzy rodzaje dyrektyw znaczeniowych, zastrzegając jednak, że podana przez niego lista może być niepełna. Dyrektywy aksjomatyczne charakteryzują się pustym zbiorem warunków uznania danego zdania. Utożsamiamy takie dyrektywy ze zdaniami. W dyrektywach dedukcyj-

nych warunkiem uznania zdania jest uznanie innych zdań, w dyrektywach empirycznych warunkiem uznania zdania jest doznanie przez użytkownika języka odpowiedniego przeżycia pozajęzykowego (np. zmysłowego, metafizycznego). W tym ostatnim przypadku utożsamiamy warunek W_α z typem owego przeżycia. Powyższa charakterystyka dyrektyw znaczeniowych nieco odbiega od oryginalnego ujęcia Kazimierza Ajdukiewicza. Sądzę jednak, że poprawnie oddaje istotę jego koncepcji; różnice mają charakter techniczny, a pominięte szczegóły drugorzędny.

Ajdukiewicz zakłada, że wyrażenia każdego zinterpretowanego języka, używanego przez społeczność językową w celach komunikacyjnych, posiadają znaczenia rozpoznawalne przez użytkowników języka. W przeciwnym wypadku komunikacja nie byłaby możliwa. Dla każdego takiego języka istnieje relacja równoznaczności między wyrażeniami, którą jego użytkownicy intuicyjnie rozpoznają i wykorzystują w praktyce językowej. Oznaczmy tę relację przez $\overset{\text{int}}{\sim}$. Oznaczenia tego będziemy używali tylko w tych kontekstach, w których będzie wiadomo, o jaki język wyposażony w znaczenia chodzi.

W swoich teoriach znaczenia Ajdukiewicz przyjmuje, że fakt posiadania znaczeń przez wyrażenia języka L jest równoważny z istnieniem dla tego języka zbioru dyrektyw znaczeniowych, oraz że kształt relacji równoznaczności jest uzależniony od kształtu tego zbioru. Dlatego odwołując się do dyrektyw znaczeniowych można formułować warunki charakteryzujące intuicyjną relację równoznaczności $\overset{\text{int}}{\sim}$.

Podstawowe definicje

Ajdukiewicz przedstawił w swoich pracach dwie, czysto syntaktyczne definicje relacji wzajemnej wymienialności wyrażen zinterpretowanego języka L ze względu na zbiór dyrektyw znaczeniowych tego języka i powiązał te relacje z relacją równoznaczności $\overset{\text{int}}{\sim}$. W definicjach tych wykorzystał trzy rodzaje operacji syntaktycznych na wyrażeniach. Można je zdefiniować w następujący sposób.

Definicja 1 Niech Exp^L oznacza zbiór wyrażen w języku L , natomiast $\alpha, \beta, \lambda, \gamma$ niech będą dowolnymi wyrażeniami tego języka.

1. (1931) definiujemy operację $\alpha \setminus \beta : Exp^L \mapsto P(Exp^L)$ przyjmując, że $\gamma \in \lambda^{\alpha \setminus \beta}$ wtedy i tylko wtedy, gdy $\gamma \neq \lambda$ oraz wyrażenie γ można otrzymać z wyrażenia λ przez zamianę dowolnych wystąpień α na β .⁶

⁶ Dla uproszczenia przyszłych zapisów przyjmujemy także, że $\lambda^{\alpha \setminus \beta} = \lambda^{\alpha \setminus \beta} \cup \{\lambda\}$.

2. (1931) definiujemy operację $\alpha \leftarrow \beta : Exp^L \mapsto Exp^L$ przyjmując, że $\lambda^{\alpha \leftarrow \beta}$ jest wyrażeniem powstałym z wyrażenia λ przez zamianę wszystkich wystąpień wyrażenia α na β .
3. (1934) definiujemy operację $\alpha \circ \beta : Exp^L \mapsto Exp^L$ przyjmując, że $\lambda^{\alpha \circ \beta}$ jest wyrażeniem powstałym z wyrażenia λ przez zamianę wszystkich wystąpień wyrażenia α na β (i odwrotnie).

Kazimierz Ajdukiewicz nie zauważył, że przekształcenie syntaktyczne zdefiniowane w definicji 1.3 nie zawsze jest wykonalne. Jeżeli wyrażenie α jest częścią wyrażenia β lub odwrotnie, to dla pewnych wyrażeń γ operacji wzajemnej zamiany nie da się wykonać⁷. Definicja 1.3 definiuje zatem w takich przypadkach jedynie operacje częściowe. Możemy bez przeszkód korzystać z definicji 1.3, jeżeli założymy, że parametry operacji $\alpha \circ \beta$ przebiegają zbiór wyrażeń prostych danego języka. Wtedy zawsze otrzymujemy operacje całkowite. Jeżeli chcemy stosować ją bez ograniczeń, tak jak to czynił Ajdukiewicz, to musimy dokonać modyfikacji definicji w taki sposób, aby przekształcenie $\alpha \circ \beta$ było zawsze wykonalne. Dalsze definicje są poprawne przy założeniu, że operacja ta jest zawsze wykonalna. Z definicji 1 wynika, że jeżeli $\alpha \notin \lambda$, to dla każdego wyrażenia β , $\lambda^{\alpha \leftarrow \beta} = \lambda$ i $\lambda^{\alpha \setminus \beta} = \emptyset$. Natomiast, jeżeli $\alpha \notin \lambda$ i $\beta \notin \lambda$, to $\lambda^{\alpha \circ \beta} = \lambda$. Zapis $\alpha \notin \lambda$ w kontekście wyrażeń będzie oznaczać, że wyrażenie α nie występuje w wyrażeniu λ .

Zdefiniowane powyżej operacje syntaktyczne pozwalają nam na zdefiniowanie analogicznych operacji na warunkach W_α i w konsekwencji na dyrektywach znaczeniowych. Przyjmujemy, że jeżeli warunek W_α jest składnikiem aksjomatycznej lub empirycznej dyrektywy znaczeniowej, to $W_\alpha^{\gamma \setminus \beta} = W_\alpha^{\gamma \leftarrow \beta} = W_\alpha^{\gamma \circ \beta} = W_\alpha$. Przyjmijmy teraz, że $W_\alpha = \{\delta_1, \dots, \delta_n\}$. Dla uproszczenia przyjmujemy, że warunki w dedukcyjnych dyrektywach znaczeniowych są skończonymi zbiorami zdań. Wtedy

$$W_\alpha^{\gamma \leftarrow \beta} = \{\delta_1^{\gamma \leftarrow \beta}, \dots, \delta_n^{\gamma \leftarrow \beta}\},$$

$$W_\alpha^{\gamma \circ \beta} = \{\delta_1^{\gamma \circ \beta}, \dots, \delta_n^{\gamma \circ \beta}\},$$

$$W_\alpha^{\gamma \setminus \beta} = \{ \{ \lambda_1, \dots, \lambda_n \} \subseteq S^L : \lambda_1 \in \delta_1^{\gamma \setminus \beta}, \dots, \lambda_n \in \delta_n^{\gamma \setminus \beta} \text{ oraz} \\ \{ \lambda_1, \dots, \lambda_n \} \neq W_\alpha \},$$

$$W_\alpha^{\gamma \setminus \setminus \beta} = W_\alpha^{\gamma \setminus \beta} \cup \{ \{ \lambda_1, \dots, \lambda_n \} \}.$$

⁷ Zwrócił na to uwagę profesor W. Buszkowski w Buszkowski [2008].

Niech Δ będzie dyrektywą znaczeniową $\langle W_\alpha, \alpha \rangle$. Jeżeli Δ jest aksjomatyczna lub empiryczną dyrektywą, to przyjmujemy, że

$$\begin{aligned}\Delta^{\gamma \leftarrow \beta} &= \langle W_\alpha^{\gamma \leftarrow \beta}, \alpha^{\gamma \leftarrow \beta} \rangle, \\ \Delta^{\gamma \circ \beta} &= \langle W_\alpha^{\gamma \circ \beta}, \alpha^{\gamma \circ \beta} \rangle, \\ \Delta^{\gamma \setminus \beta} &= \{ \langle W_\alpha^{\gamma \setminus \beta}, \eta \rangle : \eta \in \alpha^{\gamma \setminus \beta} \}.\end{aligned}$$

Jeżeli Δ jest dedukcyjną dyrektywą znaczeniową postaci $\langle W_\alpha, \alpha \rangle$, to przyjmujemy, że

$$\begin{aligned}\Delta^{\gamma \leftarrow \beta} &= \langle W_\alpha^{\gamma \leftarrow \beta}, \alpha^{\gamma \leftarrow \beta} \rangle, \\ \Delta^{\gamma \circ \beta} &= \langle W_\alpha^{\gamma \circ \beta}, \alpha^{\gamma \circ \beta} \rangle, \\ \Delta^{\gamma \setminus \beta} &= \{ \langle W_\eta, \eta \rangle : W_\eta \in W_\alpha^{\gamma \setminus \beta}, \eta \in \alpha^{\gamma \setminus \beta} \text{ oraz } \langle W_\eta, \eta \rangle \neq \Delta \}.\end{aligned}$$

Na koniec podamy jeszcze jedną definicję, która odgrywa ważną rolę w teorii A1.

Definicja 2 (1931) Niech D będzie dowolnym zbiorem dyrektyw znaczeniowych języka L . Dla dowolnego wyrażenia α języka L definiujemy podzbiór $D^\alpha \subseteq D$ przejmując:

$$D^\alpha = \{ \Delta \in D : (\exists \gamma \in Exp^L) \gamma \text{ należy do tej samej kategorii syntaktycznej, do której należy } \alpha, \text{ oraz } \Delta^{\alpha \leftarrow \gamma} \notin D \}$$

Dyrektywy należące do zbioru D^α będziemy za Ajdukiewiczem nazywali dyrektywami istotnymi ze względu na wyrażenia α lub dyrektywami α -istotnymi.

Z definicji wynika, że jeżeli α nie występuje w dyrektywie Δ , to $\Delta \notin D^\alpha$.

Wzajemna wymienialność wyrażeń

Ważnymi składnikami teorii A1 oraz A2 są definicje wzajemnej wymienialności wyrażeń względem wyróżnionego zbioru dyrektyw znaczeniowych D . Rozpocniemy od przypomnienia oryginalnej wersji definicji z pracy Ajdukiewicz [1931]. Ajdukiewicz utożsamia tę relację z relacją równoznaczności, dlatego w cytowanym poniżej fragmencie będzie mowa właśnie o tej relacji.

Wyrażenie A jest w języku J równoznaczne z wyrażeniem B , to tyle, co: każde i tylko takie przeżycie P , z którego wedle dyrektywy J daje się bezpośrednio i w sposób istotny dla wyrażenia A wywieść dowolne zdanie Z języka J , zawierające wyrażenie A , jest zarazem przeżyciem, z którego wedle dyrektyw języka J daje się bezpośrednio i w sposób istotny dla wyrażenia B

wywieść zdanie, różniące się od zdania Z tylko tym, że na miejscu A figuruje (wszędzie lub nie wszędzie) wyrażenie B , a nadto każde i tylko takie zdanie, które bezpośrednio i w sposób istotny dla wyrażenia A , daje się wedle dyrektyw języka J wywieść z uznania zdania Z ⁸, zawierającego wyrażenie A , daje się też wywieść wedle dyrektyw języka J bezpośrednio i w sposób istotny dla wyrażenia B z uznania zdania powstającego ze zdania Z przez zastąpienie (wszędzie lub nie wszędzie) wyrażenia A przez wyrażenie B ⁹.

Stwierdzenie, że zdanie Z , zawierające wyrażenie A , da się wedle dyrektyw języka J wywieść bezpośrednio i w sposób istotny dla wyrażenia A z przeżycia P , oznacza w powyższej definicji, że para $\langle P, Z \rangle$ jest A -istotną dyrektywą znaczeniową języka J . Korzystając z wprowadzonej w poprzednim paragrafie formalizacji możemy powyższą definicję zapisać w następujący sposób.

Definicja 3 Niech L będzie dowolnym językiem, D wyróżnionym zbiorem dyrektyw znaczeniowych dla języka L . Na zbiorze wyrażen języka L definiujemy relację wzajemnej wymienialności $\stackrel{D}{\sim}_1$ przyjmując, że dla dowolnych wyrażen α i β języka L , $\alpha \stackrel{D}{\sim}_1 \beta$ wtedy i tylko wtedy, gdy

$$(\forall \gamma \in S^L) \{ \alpha \in \gamma \rightarrow (\forall \delta \in \gamma^{\alpha \setminus \beta}) (\forall w \in W^L) \{ \langle w, \gamma \rangle \in D^\alpha \leftrightarrow \langle w, \delta \rangle \in D^\beta \} \}$$

oraz

$$(\forall w \in W^L) \{ \alpha \in w \rightarrow (\forall v \in w^{\alpha \setminus \beta}) (\forall \delta \in S^L) \{ \langle w, \delta \rangle \in D^\alpha \leftrightarrow \langle v, \delta \rangle \in D^\beta \} \}.$$

Symbol \in został w powyższej definicji zastosowany w dwojakim znaczeniu, raz jako symbol relacji bycia elementem zbioru, raz jako symbol relacji występowania w wyrażeniu bądź dyrektywie znaczeniowej. Pozwalamy sobie na tę dwuznaczność, gdyż wydaje się, że z kontekstu zawsze widać, o które znaczenie chodzi.

Definicja 3 nie należy do najprostszych. Sprawdzenie, że definiowana relacja jest relacją równoważnościową nie jest zadaniem całkiem trywialnym. Okazuje się jednak, że - tak jak twierdził Ajdukiewicz - jest to relacja równoważnościowa. Może to świadczyć o tym, że Ajdukiewicz wykonał formalne rachunki związane ze swoją teorią, głębsze niż mogłoby się to wydawać po lekturze artykułu.

⁸ Druga część definicji dotyczy dyrektyw dedukcyjnych, w których warunkiem uznania zdania jest uznanie pewnego zbioru zdań. Dlatego w tej części definicji zamiast mówić o pojedynczym zdaniu Z , powinniśmy mówić o dowolnym zbiorze zdań Z . Wydaje się, że jest to przeoczenie Ajdukiewicza.

⁹ Cytuję za Ajdukiewicz [1931] s. 134. W odniesieniu do tej definicji pojawia się następujący problem interpretacyjny. Czy określenie "wszędzie lub nie wszędzie" obejmuje w sobie "nigdzie". Jeżeli przyjmiemy, że tak jest, to w przypadku, gdy wyrażenie α jest równoznaczne z wyrażeniem β , każda α -istotna dyrektywa aksjomatyczna $\Delta(\alpha)$, w której występuje wyrażenie α i nie występuje wyrażenie β , musiałaby być również β -istotna. Tak nie może być, skoro β nie występuje w tej dyrektywie. Przyjmuje zatem że, podstawienie wszędzie lub nie wszędzie oznacza podstawienie w co najmniej jednym miejscu.

Naszym celem jest porównanie obu teorii, dlatego pokażemy, że definicję 3 można przedstawić w nieco inny sposób, odpowiadający kształtowi definicji wzajemnej wymienialności z teorii A2. W oparciu o definicję 3 można udowodnić następujący lemat.

Lemat 4 Niech L będzie zinterpretowanym językiem, D zbiorem jego dyrektyw znaczeniowych. Dla dowolnych wyrażeń α i β w języku L , jeżeli $\alpha \stackrel{D}{\simeq}_1 \beta$, dyrektywa $\Delta = \langle w, \gamma \rangle \in D^\alpha$ oraz $v \in w^{\alpha \setminus \beta}$ i $\delta \in \gamma^{\alpha \setminus \beta}$, to dyrektywa $\langle v, \delta \rangle \in D^\beta$.

Dowód. Zakładamy, że $\alpha \stackrel{D}{\simeq}_1 \beta$ oraz $\langle w, \gamma \rangle \in D^\alpha$. Wtedy również $\beta \stackrel{D}{\simeq}_1 \alpha$. Jeżeli $v \in w^{\alpha \setminus \beta}$ i $\delta \in \gamma^{\alpha \setminus \beta}$, to oznacza, że $w^{\alpha \setminus \beta} \neq \emptyset$ oraz $\gamma^{\alpha \setminus \beta} \neq \emptyset$. Zatem w warunku w oraz w zdaniu γ istnieją wystąpienia wyrażenia α . Nasza dyrektywa musi być więc dyrektywą dedukcyjną. Rozważymy dwa przypadki.

Przypadek 1. W zdaniach w i zdaniu γ istnieje po jednym wystąpieniu wyrażenia α . Możemy przyjąć, że $w = w(\alpha)$ i $\gamma = \gamma(\alpha)$. Wtedy $v = w(\beta)$ i $\delta = \gamma(\beta)$. Ponieważ $\alpha \in w(\alpha)$ oraz $\langle w(\alpha), \gamma(\alpha) \rangle \in D^\alpha$, to z definicji 3 otrzymujemy, że $\langle w(\beta), \gamma(\alpha) \rangle \in D^\beta$. Jeżeli dyrektywa $\langle w(\beta), \gamma(\alpha) \rangle \in D^\alpha$, to jeszcze raz stosujemy definicję 3 i otrzymujemy, że $\langle w(\beta), \gamma(\beta) \rangle \in D^\beta$. Jeżeli natomiast dyrektywa $\langle w(\beta), \gamma(\alpha) \rangle \notin D^\alpha$, to z definicji istotności $\langle w(\beta), \gamma(\beta) \rangle \in D$. Ponieważ jednak dyrektywa $\langle w(\alpha), \gamma(\alpha) \rangle \in D^\alpha$, to dyrektywa $\langle w(\beta), \gamma(\beta) \rangle \in D^\beta$. Zatem w obu przypadkach otrzymujemy, że $\langle v, \delta \rangle \in D^\beta$.

Przypadek 2. W zdaniach w lub w zdaniu γ istnieją co najmniej dwa wystąpienia wyrażenia α . Przyjmijmy, że dotyczy do zdania γ (drugi przypadek dowodzimy w sposób analogiczny). Zatem możemy przyjąć, że $w = w(\bar{\alpha})$ oraz $\gamma = \gamma(\alpha, \alpha, \bar{\alpha})$, gdzie ciąg $\bar{\alpha}$ może być pusty. Wtedy $\langle w(\bar{\alpha}), \gamma(\beta, \beta, \bar{\beta}) \rangle \in D^\beta$. Jeżeli $\delta \neq \gamma(\beta, \beta, \bar{\beta})$, to $\delta \in \gamma(\beta, \beta, \bar{\beta})^{\beta \setminus \alpha}$. A zatem z definicji 3 $\langle w(\bar{\alpha}), \delta \rangle \in D^\alpha$ i $\langle v, \delta \rangle \in D^\beta$. Niech teraz $\delta = \gamma(\beta, \beta, \bar{\beta})$. Przed chwilą udowodniliśmy, że dyrektywa $\langle v, \gamma(\alpha, \beta, \bar{\beta}) \rangle \in D^\beta$. Zatem $\langle v, \gamma(\alpha, \alpha, \bar{\beta}) \rangle \in D^\alpha$ i $\langle v, \gamma(\beta, \beta, \bar{\beta}) \rangle \in D^\beta$. \square

Definicje wzajemnej wymienialności przedstawione w Ajdukiewicz [1931] oraz Ajdukiewicz [1934] możemy teraz sformułować w następujący sposób.

Definicja 5 Niech L będzie dowolnym językiem, D wyróżnionym zbiorem dyrektyw znaczeniowych dla języka L . Relacje wzajemnej wymienialności $\overset{D}{\asymp}$ i $\overset{D}{\approx}$ określone na zbiorze wyrażań języka L definiujemy przyjmując, że dla dowolnych wyrażań α i β języka L

1. (1931) $\alpha \overset{D}{\asymp} \beta$ wtedy i tylko wtedy, gdy dla dowolnej dyrektywy $\Delta \in D$, jeżeli $\Delta \in D^\alpha$, to $\Delta^{\alpha \setminus \beta} \subseteq D^\beta$ oraz jeżeli $\Delta \in D^\beta$, to $\Delta^{\beta \setminus \alpha} \subseteq D^\alpha$.
2. (1934) $\alpha \overset{D}{\approx} \beta$ wtedy i tylko wtedy, gdy dla dowolnej dyrektywy $\Delta \in D$, dyrektywa $\Delta^{\alpha \circ \beta} \in D$.

Następujący lemat dowodzi, że powyższe przedstawienie definicji z roku 1931 jest poprawne.

Lemat 6 Niech dany będzie dowolny język L oraz zbiór jego dyrektyw znaczeniowych D . Wtedy dla dowolnych wyrażań α i β zachodzi

$$\alpha \overset{D}{\asymp} \beta \Leftrightarrow \alpha \overset{D}{\asymp}_1 \beta.$$

Dowód. Zakładamy, że $\alpha \overset{D}{\asymp} \beta$. Niech $\alpha \in \gamma$, $\delta \in \gamma^{\alpha \setminus \beta}$. Wtedy $\gamma \in \delta^{\beta \setminus \alpha}$. Mamy pokazać, że dla każdego $w \in W^L$ jest tak, że $\langle w, \gamma \rangle \in D^\alpha \Leftrightarrow \langle w, \delta \rangle \in D^\beta$. Jeżeli $\langle w, \gamma \rangle \in D^\alpha$, to ponieważ $\langle w, \delta \rangle \in \langle w, \gamma \rangle^{\alpha \setminus \beta}$, otrzymujemy z definicji 5.1, że $\langle w, \delta \rangle \in D^\beta$. Jeżeli $\langle w, \delta \rangle \in D^\beta$, to ponieważ $\langle w, \gamma \rangle \in \langle w, \delta \rangle^{\beta \setminus \alpha}$, to z definicji 5.1, otrzymujemy, że $\langle w, \gamma \rangle \in D^\alpha$. Zachodzenie drugiego warunku sprawdzamy analogicznie. Otrzymujemy zatem, że $\alpha \overset{D}{\asymp}_1 \beta$.

Zakładamy, teraz że $\alpha \overset{D}{\asymp}_1 \beta$. Zatem również $\beta \overset{D}{\asymp}_1 \alpha$. Niech $\Delta = \langle w, \gamma \rangle \in D^\alpha$. Przyjmijmy, że dyrektywa $\langle v, \delta \rangle \in \Delta^{\alpha \setminus \beta}$. Wtedy rozważamy trzy przypadki.
 Przypadek 1. $v \in w^{\alpha \setminus \beta}$ i $\delta = \gamma$. Na mocy definicji 3 otrzymujemy $\langle v, \delta \rangle \in D^\beta$.
 Przypadek 2. $v = w$ i $\delta \in \gamma^{\alpha \setminus \beta}$. Na mocy definicji 3 otrzymujemy $\langle v, \delta \rangle \in D^\beta$.
 Przypadek 3. $v \in w^{\alpha \setminus \beta}$ oraz $\delta \in \gamma^{\alpha \setminus \beta}$. Na mocy lematu 4 otrzymujemy $\langle v, \delta \rangle \in D^\beta$.
 Analogicznie rozważamy przypadek, gdy $\Delta = \langle w, \gamma \rangle \in D^\beta$. Zatem $\alpha \overset{D}{\asymp} \beta$. \square

Jeżeli ograniczymy pole relacji $\overset{D}{\approx}$ do wyrażań prostych, to okaże się, że to również jest relacja równoważnościowa. Niech δ będzie dowolnym wyrażeniem języka L , α, β, γ dowolnymi wyrażeniami prostymi tego języka. Wtedy

$$((\delta^{\alpha \circ \beta})^{\beta \circ \gamma})^{\alpha \circ \beta} = \delta^{\alpha \circ \gamma}.$$

Sprawdzenie, że relacja $\overset{D}{\approx}$ jest zwrotna i symetryczna, nie przedstawia trudności. Zakładamy, że $\alpha \overset{D}{\approx} \beta$ oraz $\beta \overset{D}{\approx} \gamma$. Niech zdanie $\Delta \in D$. Wtedy z definicji

do D należą również zdania $\Delta^{\alpha\circ\beta}$, $(\Delta^{\alpha\circ\beta})^{\beta\circ\gamma}$, oraz $((\Delta^{\alpha\circ\beta})^{\beta\circ\gamma})^{\alpha\circ\beta} = \Delta^{\alpha\circ\gamma}$. A zatem $\alpha \stackrel{D}{\approx} \gamma$.¹⁰

Jeżeli ograniczymy zakres stosowalności teorii $A2$ do wyrażeń prostych danego języka, to możemy bez przeszkód stosować definicję 5.2. Jeżeli jednak nie chcemy nakładać takiego ograniczenia, to powinniśmy rozwiązać problem wynikający z tego, że operacje syntaktyczne $\alpha \circ \beta$ nie zawsze są wykonalne. Wydaje się, że istnieje kilka możliwych sposobów poradzenia sobie z tą trudnością. Jeden z nich polega na przyjęciu, że definicja 5.2 definiuje relację wymienialności na wyrażeniach prostych, oraz na zdefiniowaniu rozszerzenia tej relacji na cały zbiór wyrażeń. Możemy przyjąć, że jeżeli dla dowolnych wyrażeń prostych zachodzi $\alpha_1 \stackrel{D}{\approx} \beta_1, \dots, \alpha_n \stackrel{D}{\approx} \beta_n$, to dowolne wyrażenie złożone $\Gamma(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$ powinno pozostawać w relacji $\stackrel{D}{\approx}$ z wyrażeniem $\Gamma(\beta_1, \dots, \beta_n)$. Innymi słowy rozszerzamy relację $\stackrel{D}{\approx}$ zdefiniowaną na wyrażeniach prostych do kongruencji. Jednakże konsekwencją takiej definicji jest to, że jeżeli dwa wyrażenia złożone pozostają w relacji $\stackrel{D}{\approx}$, to muszą być syntaktycznie izomorficzne. Wydaje się, że znacząco odbiega to od intencji Ajdukiewicza, który w swoich teoriach nigdzie takiego warunku nie zakłada. Przeciwnie, dopuszcza możliwość rozwinięcia swojej teorii tak, by oprócz wyrażeń objęła ona również formy syntaktyczne¹¹.

Innym sposobem poradzenia sobie z trudnością jest takie przeformułowanie definicji 5.2, by uwzględniała ona możliwą częściowość operacji $\alpha \circ \beta$. Można to zrobić w różny sposób. Jednym z bardziej naturalnych jest przyjęcie, że $\alpha \stackrel{D}{\approx} \beta$ wtedy i tylko wtedy, gdy dla dowolnej dyrektywy $\Delta \in D$, dyrektywa $\Delta^{\alpha\circ\beta}$ istnieje oraz należy do D . W tym kształcie definicja jest poprawna, ale definiowana relacja nie jest relacją równoważnościową. Wprawdzie jest zwrotna i symetryczna, ale nie jest przechodnia. Przyjmijmy, że wyrażenia α oraz β będziemy nazywali rozłącznymi, jeżeli α nie jest częścią β , ani β nie jest częścią α . Zgodnie z powyżej zmodyfikowaną definicją, jeżeli $\alpha \stackrel{D}{\approx} \beta$ oraz α lub β występuje w zdaniach należących do zbioru dyrektyw znaczeniowych D , to muszą być one wyrażeniami rozłącznymi. Ajdukiewicz zakładał, że przyczyną braku wzajemnej wymienialności wyrażeń tej samej kategorii syntaktycznej w obrębie zbioru dyrektyw znaczeniowych może być wyłącznie ich różnorodność. A więc, że przyczyna ma charakter semantyczny. Jednakże taką przyczyną może być również specyficzna budowa wyrażeń. Dwa wyrażenia mogą być równoznaczne, pomimo że ich wzajemna wymienialność może nie być wykonalna ze względu na szczególne reguły gramatyczne obowiązujące w języku. Prowadzi to do następu-

¹⁰ Powtarzam tutaj rozumowanie profesora W. Buszkowskiego z Buszkowski [2008].

¹¹ Ajdukiewicz [1934] s. 159.

jącej definicji, w której odnosimy się już do zmodyfikowanej definicji 5.2.

Definicja 7 Niech L będzie dowolnym językiem, D wyróżnionym zbiorem dyrektyw znaczeniowych języka L . Relację wzajemnej wymienialności \approx_2^D określoną na zbiorze wyrażań języka L definiujemy przyjmując, że dla dowolnych wyrażań α i β języka L , $\alpha \approx_2^D \beta$ wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje ciąg wyrażań $\gamma_1, \dots, \gamma_n$ taki, $\gamma_1 = \alpha$, $\gamma_n = \beta$ oraz $\gamma_i \approx^D \gamma_{i+1}$ dla każdego $i \in \{1, \dots, n-1\}$.

Łatwo zauważyć, że relacja \approx_2^D jest tranzytywnym domknięciem relacji \approx^D . Na koniec tego paragrafu jeszcze jedna uwaga. Zastosowany przez Ajdukiewicza sposób definiowania pożytecznych relacji na zbiorze wyrażań języka L nie jest jego wynalazkiem. Najogólniej sposób ten można scharakteryzować następująco: obiekty α i β pozostają ze sobą w relacji wtedy i tylko wtedy, gdy są wzajemnie zastępowalne w strukturach należących do pewnej klasy bez utraty pewnych określonych własności tych struktur. Warto zwrócić uwagę na następujący fakt. Jeżeli przyjmiemy, że wyróżniony zbiór dyrektyw znaczeniowych D jest zbiorem wszystkich poprawnych syntaktycznie zdań w języku L oraz, że dla dowolnego wyrażenia α języka L , zbiór $D^\alpha = D$, to relacja zdefiniowana przy pomocy definicji 5.1 będzie relacją należenia do tej samej kategorii syntaktycznej. Klasą struktur jest w tym przypadku klasa zdań języka L , zachowywaną własnością jest poprawność syntaktyczna wyrażań. Jeżeli relację definiowaną przez definicję 5.2 ograniczymy do wyrażań prostych, to również będzie to relacja należenia do tej samej kategorii syntaktycznej.

W powyższy sposób pojęcie kategorii syntaktycznej zdefiniował Stanisław Leśniewski. Wcześniej w analogiczny sposób Husserl zdefiniował pojęcie kategorii znaczeniowej. Husserl jednakże, mimo że odwoływał się do wyrażań, definiował relację nie na wyrażeniach, ale na opowiadającym im abstrakcyjnych znaczeniach. Zachowywaną własnością był "jednolity, zamknięty sens" wyrażań, co można interpretować jako poprawność semantyczną¹².

Ajdukiewicz, jak się wydaje, musiał znać obie te definicje. Na temat kategorii syntaktycznych, a dokładniej na temat wygodnego sposobu oznaczania różnych kategorii syntaktycznych przy pomocy indeksów, poświęcił w roku 1935 obszerną pracę Ajdukiewicz [1935]. Można więc uznać, że zastosowany przez niego sposób definiowania relacji wymienialności wyrażań jest uogólnieniem sposobu, w jaki zdefiniowane zostało pojęcie kategorii syntaktycznej.

¹² Husserl [2000] s. 399-400.

Porównanie teorii A1 oraz A2

Ajdukiewicz nie wyjaśnił, dlaczego uznał za konieczne, by swoją teorię znaczenia z roku 1931 zmodyfikować. Przedstawię na ten temat pewne domysły. Sprawa jest tym bardziej zastanawiająca, że zmodyfikowana teoria nabrała kilku niepożądanych cech, których nie miała teoria pierwotna. Wcześniej jednak przyjrzymy się bliżej podobieństwom i różnicom między obiema teoriami. Powinniśmy przy tym odnosić się do oryginalnych sformułowań teorii, a nie do ich rozmaitych interpretacji. W omówieniach teorii A1 często napotykamy inną, niż definicja 3, definicję wzajemnej wymienialności wyrażeń. Jest to definicja przedstawiona w pracy Ajdukiewicz [1931] na stronie 132. Ma ona następującą postać.

Definicja 8 Niech L będzie dowolnym językiem, D wyróżnionym zbiorem dyrektyw znaczeniowych dla języka L . Relację wzajemnej wymienialności $\overset{D}{\succ}_2$, określoną na zbiorze wyrażeń języka L definiujemy przyjmując, że dla dowolnych wyrażeń α i β języka L , $\alpha \overset{D}{\succ}_2 \beta$ wtedy i tylko wtedy, gdy dla dowolnej dyrektywy $\Delta \in D$, dyrektywa Δ^* , powstała z dyrektywy Δ poprzez zamianę dowolnych wystąpień wyrażenia α na β (lub odwrotnie), także należy do zbioru D .¹³

Definicja 3 pełni w artykule Ajdukiewicz [1931] funkcję roboczą, jest tylko krokiem pośrednim na drodze prowadzącej do definicji właściwej, w której ważną rolę odgrywa, nieobecne tutaj, pojęcie dyrektywy istotnej. Można oczywiście twierdzić, że Ajdukiewicz podał trafną definicję, a potem w następnym kroku ją zepsuł. Faktem jest jednak, że Ajdukiewicz nie akceptował definicji 8 i swoje stanowisko przekonująco uzasadnił. Zgodnie z definicją 3, przy ustalaniu, czy wyrażenia α i β pozostają ze sobą w relacji $\overset{D}{\succ}_1$, nie bierzemy pod uwagę wszystkich dyrektyw znaczeniowych, ale tylko te, które są α -istotne lub β -istotne. Jest to ważne ograniczenie. Pominięcie tego warunku, tak jak to ma miejsce w pracy Buszkowski [2008], oznacza istotną modyfikację teorii Ajdukiewicza. Okazuje się, że w ważnych przypadkach relacja równoznaczności pokrywa się wtedy z dobrze znanymi relacjami o charakterze logicznym. Jeżeli bowiem przyjmujemy, że w zbiorze aksjomatycznych dyrektyw znaczeniowych D_A dla języka L są

¹³ Oryginalne sformułowanie Ajdukiewicza jest nieco inne, ale łatwo uzasadnić, że jest ono równoważne tu przedstawionemu. Gdybyśmy w definicji 1.1 przyjęli, że $\Delta^{\alpha\beta}$ jest zbiorem wszystkich dyrektyw, które można otrzymać z dyrektywy Δ poprzez zamianę dowolnych wystąpień wyrażenia α na β (lub odwrotnie), to definicję 8 moglibyśmy przedstawić w prostej formie: $\alpha \overset{D}{\succ}_2 \beta$ wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdej dyrektywy $\Delta \in D$, $\Delta^{\alpha\beta} \in D$. Definicja 1.1 została jednak zaprojektowana, by można było możliwie prosto wysłowić definicję 3, a nie definicję 8. Definicję 8 możemy więc przedstawić na przykład w takiej postaci: $\alpha \overset{D}{\succ}_2 \beta$ wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdej dyrektywy $\Delta \in D$, $(\Delta^{\beta\leftarrow\alpha})^{\alpha\backslash\beta} \in D$. Definicja ta odbiega sposobem sformułowania od definicji Ajdukiewicza, ale jest jej równoważna.

wszystkie zdania postaci $a = a$ i $\alpha \leftrightarrow \alpha$, oraz zbiór dyrektyw znaczeniowych jest domknięty na reguły ekstensjonalności dla identyczności i równoważności, co biorąc pod uwagę oczywistość tych reguł nie jest przecież założeniem dziwnym, to otrzymamy, dla dowolnych nazw a, b warunek:

$$a \stackrel{D}{\approx}_2 b \text{ wtedy i tylko wtedy, gdy } a = b \in D_A,$$

a dowolnych zdań α, β warunek:

$$\alpha \stackrel{D}{\approx}_2 \beta \text{ wtedy i tylko wtedy, gdy } \alpha \leftrightarrow \beta \in D_A.$$

Jeżeli w zbiorze dyrektyw nie ma dyrektyw empirycznych, a właściwie jedynie takie języki poddają się ścisłemu badaniu, oraz zbiór pozostałych dyrektyw można przedstawić na podobieństwo systemu aksjomatycznego jako zbiór tez i reguł wyprowadzalnych z pewnego zbioru zdań S przy użyciu pewnej logiki L , w której obowiązują reguły ekstensjonalności, to dla nazw otrzymamy następującą równoważność:

$$a \stackrel{D}{\approx}_2 b \text{ wtedy i tylko wtedy, gdy } S \vdash^L a = b,$$

a dla dowolnych zdań α, β równoważność:

$$\alpha \stackrel{D}{\approx}_2 \beta \text{ wtedy i tylko wtedy, gdy } S \vdash^L \alpha \leftrightarrow \beta.$$

Wydaje się, że Ajdukiewicz chciał uniknąć takiej konsekwencji. Jeżeli bowiem relacje równoznaczności wyznaczone przez teorię znaczenia pokrywają się w znaczących przypadkach z dobrze znanymi relacjami definiowalnymi przy pomocy zwykłych środków logicznych, to można mieć wątpliwości, czy taka teoria znaczenia jest do czegoś potrzebna. Wydaje się, że z tych właśnie powodów Ajdukiewicz przyjął, że dyrektywy o charakterze logicznym, które są istotne tylko dla symboli logicznych, nie powinny być brane pod uwagę przy ustalaniu relacji równoznaczności dla wyrażeń pozalozycznych. W teorii Ajdukiewicza można całkiem formalnie zdefiniować pojęcie funktora mającego charakter logiczny względem wyrażeń danej kategorii syntaktycznej. Dyrektywy postaci $a = a$ oraz $\alpha \leftrightarrow \alpha$, przy pewnych dodatkowych założeniach, powinny być istotne dla symboli logicznych = oraz \leftrightarrow , a nie powinny być istotne dla nazw lub zdań w nich występujących, chyba że mamy do czynienia z językiem, przypisującym tym symbolom specyficzną interpretację znaczeniową. Z chwilą gdy dyrektywy $a = a$ oraz $\alpha \leftrightarrow \alpha$ stają się istotne dla pewnej nazwy lub zdania w nich występujących, funktory = oraz \leftrightarrow przestają w języku mieć charakter logiczny.

Gdy porównujemy teorię $A1$ oraz $A2$, jednym z pierwszych pytań, na które trzeba odpowiedzieć, jest pytanie o zależność między relacją $\overset{D}{\succ}$ oraz relacją $\overset{D}{\approx}$. Wbrew dominującej opinii odpowiedź na to pytanie nie jest prosta. Jeżeli przyjmiemy uproszczoną interpretację teorii $A1$ oraz założymy, że operacje syntaktyczne $\alpha \circ \beta$ są zawsze wykonalne, to łatwo pokazać, że dla dowolnego języka L i dowolnego zbioru dyrektyw znaczeniowych D mamy $\overset{D}{\succ}_2 \subseteq \overset{D}{\approx}$. Jednakże ani relacja $\overset{D}{\succ}_2$ nie jest właściwą relacją, na której opiera się teoria $A1$, ani operacje $\alpha \circ \beta$ nie są zawsze wykonalne. Inkluzja $\overset{D}{\succ} \subseteq \overset{D}{\approx}$ nie jest prawdziwa.

Przykład. Niech będzie dany język L . Przyjmijmy, że jedynymi dyrektywami, w których występują rozłączne wyrażenia α i β języka L są dyrektywy aksjomatyczne postaci: $\Delta(\alpha, \beta)$, $\Delta(\alpha, \alpha)$ i $\Delta(\beta, \beta)$. Wtedy $\alpha \overset{D}{\succ} \beta$ oraz $\neg(\alpha \overset{D}{\approx} \beta)$.

Porównanie relacji $\overset{D}{\succ}$ oraz relacji $\overset{D}{\approx}$ jest możliwe, gdy założymy, że rozważamy wyłącznie wyrażenia rozłączne. W pewnych przypadkach zachodzi wtedy relacja inkluzji.

Lemat 9 Niech L będzie dowolnym językiem i D zbiorem jego dyrektyw znaczeniowych.

1. Jeżeli dla dowolnych wyrażeń rozłącznych α oraz β języka L i dowolnej dyrektywy $\Delta \in D$, spełniony jest warunek :

jeżeli $\alpha \overset{D}{\succ} \beta$ oraz $\alpha \in \Delta$, to Δ jest α -istotna lub β -istotna,

to dla dowolnych wyrażeń rozłącznych $\overset{D}{\succ} \subseteq \overset{D}{\approx}$.

2. Jeżeli dla dowolnych wyrażeń rozłącznych α i β spełniony jest warunek:

jeżeli $\alpha \overset{D}{\succ} \beta$, to istnieje wyrażenie γ , różne od α i β

oraz rozłączne z nimi, takie że $\gamma \overset{D}{\succ} \alpha$,

to dla dowolnych wyrażeń rozłącznych $\overset{D}{\succ} \subseteq \overset{D}{\approx}$.

Dowód.

1. Przyjmujemy, że założenia lematu są spełnione. Niech $\alpha \overset{D}{\succ} \beta$, będą to wyrażenia rozłączne oraz $\Delta \in D$. Jeżeli w Δ nie występuje wyrażenie α ani β , to $\Delta^{\alpha \circ \beta} = \Delta \in D$. Podobnie, gdy $\alpha = \beta$. Zakładamy więc, że $\alpha \neq \beta$. Jeżeli w Δ występuje wyrażenie α i nie występuje wyrażenie β (przypadek odwrotny jest analogiczny), to $\Delta(\bar{\alpha})$ jest α -istotna, gdyż nie jest β -istotna. Zatem $\Delta^{\alpha \circ \beta} = \Delta(\bar{\beta}) \in$

$D^\beta \subseteq D$. Jeżeli w Δ występuje zarówno wyrażenie α , jak i β , to Δ jest α -istotna lub β -istotna. Załóżmy, że $\Delta = \Delta(\bar{\alpha}, \bar{\beta})$ i zachodzi pierwszy przypadek (w drugim postępujemy analogicznie). Wtedy $\Delta(\bar{\beta}, \bar{\beta}) \in D^\beta$ oraz $\Delta^{\alpha \circ \beta} = \Delta(\bar{\alpha}, \bar{\beta}) \in D^\alpha \subseteq D$. W każdym przypadku $\Delta^{\alpha \circ \beta} \in D$, a zatem $\alpha \stackrel{D}{\approx} \beta$.

2. Przyjmujemy założenia lematu. Zakładamy, że $\alpha \stackrel{D}{\succ} \beta$ i są to wyrażenia rozłączne. Niech $\Delta \in D$. Jeżeli w Δ nie występują wyrażenia α i β , lub gdy są one identyczne, postępujemy, jak w poprzednim przypadku. Jeżeli $\alpha \neq \beta$ to istnieje różne od nich wyrażenie γ takie, $\gamma \stackrel{D}{\succ} \beta$ oraz $\gamma \stackrel{D}{\succ} \alpha$. Zakładamy, że w Δ występują wyrażenia α i nie występują wyrażenia β (przypadek odwrotny jest analogiczny). Rozważamy dwa przypadki. Jeżeli $\Delta(\bar{\alpha})$ nie jest α -istotna, to z definicji

$$\Delta^{\alpha \circ \beta} = \Delta(\bar{\beta}) \in D.$$

Jeżeli $\Delta(\bar{\alpha})$ jest α -istotna, to $\Delta(\bar{\beta}) \in D^\beta \subseteq D$. Zakładamy, że dyrektywie Δ występuje zarówno wyrażenie α , jak i β oraz $\Delta = \Delta(\bar{\alpha}, \bar{\beta})$. Jeżeli Δ nie jest α -istotna, to $\Delta(\bar{\gamma}, \bar{\beta}) \in D$, jeżeli Δ jest α -istotna, to także $\Delta(\bar{\gamma}, \bar{\beta}) \in D^\gamma \subseteq D$. Analogicznie, bez względu na to, czy dyrektywa $\Delta(\bar{\gamma}, \bar{\beta})$ jest, czy nie jest β -istotna, $\Delta(\bar{\gamma}, \bar{\alpha}) \in D$. W końcu bez względu na to, czy dyrektywa $\Delta(\bar{\gamma}, \bar{\alpha})$ jest, czy nie jest γ -istotna, $\Delta(\bar{\beta}, \bar{\alpha}) \in D$. Zatem zawsze $\Delta^{\alpha \circ \beta} \in D$ i $\alpha \stackrel{D}{\approx} \beta$. \square

Lemat 9 ilustruje dwa przypadki, w których relacja $\stackrel{D}{\succ}$, ograniczona do wyrażeń rozłącznych, zawiera się w relacji $\stackrel{D}{\approx}$. Z pewnością nie są to przypadki jedyne. Pierwszy z nich dotyczy języków w pewnym sensie ubogich. W językach tych, jeżeli wśród wyrażeń danej kategorii syntaktycznej istnieją wyrażenia rozłączne i równoznaczne, to nie mogą istnieć dyrektywy o charakterze logicznym dla tej kategorii syntaktycznej. Takie dyrektywy są bowiem nieistotne dla tych wyrażeń, na tym polega ich logiczny charakter. Drugi przypadek dotyczy języków bogatych w wyrażenia równoznaczne. Wnioskiem z lematu 9.2 jest fakt, że dla dowolnego języka L o zbiorze dyrektyw znaczeniowych D , istnieje język L^* o zbiorze dyrektyw znaczeniowych D^* taki, że $L \subseteq L^*$, $D \subseteq D^*$, dla wyrażeń rozłącznych $\stackrel{D^*}{\succ} \subseteq \stackrel{D^*}{\approx}$ oraz relacja równoznaczności $\stackrel{D^*}{\approx}$ na wyrażeniach rozłącznych z języka L pokrywa się z relacją $\stackrel{D}{\succ}$. Język L^* jest zatem rozszerzeniem języka L , nie zmieniającym znaczeń wyrażeń rozłącznych należących do języka L . Natomiast nie zawsze jest możliwe takie rozszerzenie zinterpretowanego języka L , by otrzymać identyczność tych relacji, nawet jeżeli zrezygnujemy z postulatu, by rozszerzenie było znaczeniowo konserwatywne. Pokazuje to przykład Tarskiego, o którym będziemy mówili w dalszej części pracy.

Sposoby, w jaki relacje wymienialności wyrażen są powiązane z relacjami równoznaczności, wyraził Ajdukiewicz w postaci dwóch tez, chociaż nie zrobił tego explicite.

Niech L będzie dowolnym zinterpretowanym językiem, D wyróżnionym zbiorem dyrektyw znaczeniowych dla tego języka, a α i β jego dowolnymi wyrażeniami. Wtedy

1. (Teza 1, 1931) $\alpha \overset{\text{int}}{\sim} \beta$ wtedy i tylko wtedy, gdy $\alpha \overset{D}{\approx} \beta$.
2. (Teza 2, 1934) Jeżeli $\alpha \overset{\text{int}}{\sim} \beta$, to $\alpha \overset{D}{\approx} \beta$.

Teoria $A2$ jest pod jednym względem mocniejsza od teorii $A1$, pod innym względem słabsza. Mocniejsza jest ponieważ relacja $\overset{D}{\approx}$ w wielu przypadkach zawiera się w relacji $\overset{\text{int}}{\sim}$, choćby częściowo. Słabsza, ponieważ w teorii $A2$ podany jest jedynie warunek konieczny równoznaczności, a w teorii $A1$ także warunek wystarczający.

Wiemy już, że teorie $A1$ oraz $A2$ są teoriami różnymi, choć różnice między nimi nie zawsze leżą tam, gdzie się to wskazuje. Prace Ajdukiewicza [1931] oraz Ajdukiewicza [1934] zostały napisane przy użyciu nieco innej terminologii. W pracy Ajdukiewicza [1931] mniej mówi się o dyrektywach znaczeniowych, a więcej o warunkach i uznawanych na ich podstawie zdaniach. Ajdukiewicz pisze w niej o równoznaczności jako "równoważności inferencyjnej". W pracy Ajdukiewicza [1934] pisze o inwariantności zbioru dyrektyw na pewne przekształcenia syntaktyczne.

Ze względu na różną terminologię, użytą przez Ajdukiewicza w swoich rozprawach, pojawia się teza, że w obu teoriach Ajdukiewicz zaprezentował istotnie różne podejście do problemu równoznaczności¹⁴. Lemat 6 pokazuje jednak, że definicję przedstawioną w teorii $A1$ można przedstawić w równoważnej wersji, która przypomina formalnie definicję przedstawioną przez Ajdukiewicza w teorii $A2$. Znaczenie tego lematu nie ma charakteru czysto formalnego. Uzasadnia on pogląd, że za różnicą w terminologii nie kryje się istotna różnica pojęciowa. Każdą dyrektywę znaczeniową można potraktować jako regułę inferencyjną, specyficzną w przypadku dyrektyw empirycznych. Postulaty dotyczące dyrektyw, można formułować w kategoriach postulatów, jakie muszą spełniać względem siebie warunki oraz warunkowane zdania, będące składnikami dyrektyw. Lemat 6 potwierdza taką interpretację.

Spróbujemy wymienić powody, które mogły skłonić Ajdukiewicza do modyfikacji swojej teorii. Chcąc uchronić się przed "logicyzacją" teorii Ajdukiewicza przyjął

¹⁴ Olech [1993].

w A1, że konsekwencją równoznaczności wyrażeń powinno być nie tylko domknięcie zbioru dyrektyw na odpowiednie przekształcenia syntaktyczne, ale również zachowywanie istotności dyrektyw, a nawet więcej: przy podstawieniu β za α własność α -istotności dyrektywy powinna przekształcać się we własność β -istotności. Wydaje się, że takie podejście jest intuicyjnie usprawiedliwione. Jeżeli mamy dwa wyrażenia równoznaczne, to dlaczego po zamianie jednego na drugie, dyrektywa miałaby utracić istotność. Jednakże wbrew tej intuicji wprowadzenie warunku zachowywania istotności dyrektywy prowadzi do niepożądanych konsekwencji.

Założmy, że w zbiorze dyrektyw znaczeniowych języka L istnieją wyłącznie dyrektywy aksjomatyczne. Jeżeli w tym zbiorze mamy wszystkie podstawienia aksjomatu identyczności postaci $a = a$ i wśród dyrektyw istnieje dyrektywa $a = b$, a nie ma dyrektywy $c = b$, to nieprawda, że $a \stackrel{D}{\approx} b$. Jest tak dlatego, że dyrektywa $a = b$ jest a -istotna, a dyrektywa $b = b$, otrzymana z poprzedniej przez podstawienie b za a , nie jest b -istotna. Jeżeli więc $a \stackrel{D}{\approx} b$, to dyrektywa $a = b$ nie może być a -istotna. Jeżeli dodatkowo założymy, że wśród dyrektyw języka są wszystkie dyrektywy charakteryzujące symbol $=$ jako predykat identyczności oraz, że dyrektywy są prawdziwymi zdaniami w zinterpretowanym języku, to okaże się, że konsekwencją warunku $a \stackrel{D}{\approx} b$ jest fakt, że wszystkie nazwy języka muszą mieć tę samą denotację. Ta konsekwencja pozostanie nawet, gdy nieco złagodzimy ów postulat i zamiast żądać, by wraz z podstawieniem za wyrażenie α równoznacznego mu wyrażenia β , dowolna dyrektywa α -istotna przekształcała się w dyrektywę β -istotną, będziemy żądać, by niezmiennikiem takiego przekształcenia była własność α lub β -istotności. Chęć uniknięcia "logicyzacji" teorii znaczenia doprowadziła zatem Ajdukiewicza do teorii mającej paradoksalne konsekwencje. Nie wiadomo jednak, czy autor te paradoksalne konsekwencje dostrzegł. Zauważmy, że zmiana definicji wzajemnej wymienialności wyrażeń, dokonana w pracy Ajdukiewicz [1934], spowodowała, że pojęcie istotnej dyrektywy przestało być Ajdukiewiczowi potrzebne¹⁵. Po zmianie definicji, dyrektywy o charakterze logicznym, a więc takie, które są nieistotne dla wszystkich wyrażeń danej kategorii syntaktycznej, przestają bowiem wpływać na kształt relacji równoznaczności w odniesieniu do tych właśnie wyrażeń.

¹⁵ Ajdukiewicz w pracy Ajdukiewicz [1934] także podał definicję dyrektywy istotnej. Jest rzeczą zastanawiającą, że w całym tekście nie zrobił z tej definicji żadnego użytku. Pojęcie dyrektywy istotnej wydaje się jednak pojęciem ważnym w teorii A2 i wartym zbadania. Mówiąc o znaczeniach wyrażeń i rozmaitych powiązaniach znaczeniowych między wyrażeniami bardziej owocne wydaje się odnoszenie do zbiorów dyrektyw istotnych wyrażeń, niż do ich klas abstrakcji względem relacji równoznaczności. Jest to temat na odrębną rozprawę.

Druga przyczyna mogła być związana z odpowiedzią na pytanie o znaczenie zmiennych w zinterpretowanych językach formalnych. Wiemy, że Ajdukiewicz testował swoje teorie na takich przykładach. Stosując definicję 5.1 do zmiennych zdaniowych w Klasycznym Rachunku Zdań, jak i do zmiennych nazwowych w dowolnej teorii elementarnej, otrzymujemy, że różnokształtne zmienne mają różne znaczenie. Tymczasem, gdy zastosujemy definicję 5.2 otrzymujemy, że wcale tak być nie musi, zmienne tej samej kategorii syntaktycznej mogą być równoznaczne. To drugie rozwiązanie wydaje się znacznie bliższe intuicji. Trudno bowiem przyjąć, że język jest wyposażony w nieskończoną różnorodność znaczeń tylko dlatego, że w jego słowniku występuje nieskończenie wiele zmiennych.

Niepożądane konsekwencje teorii $A1$ być może skłoniły Ajdukiewicza do ponownego przeanalizowania intuicji związanych z pojęciem znaczenia. Wydaje się, że założenia przyjęte w teorii $A1$ mogą pozostawać w konflikcie z zasadą kontekstowości znaczenia. Słynna zasada Fregego głosi, że o znaczeniu wyrażenia należy mówić wyłącznie w kontekście zdań, w których one występują. Znaczenie wyrażenia jest funkcją określoną na zbiorze kontekstów zdaniowych, tworem opalizującym odcieniami znaczeniowymi w zależności od lingwistycznego środowiska, w którym wyrażenie się znajduje. Badanie relacji między znaczeniami wyrażenia powinno polegać na ich obserwacji w różnych kontekstach zdaniowych. Obserwujemy jak wyrażenie α "zachowuje" się w danym kontekście zdaniowym, a później porównujemy jak wyrażenie β "zachowuje" się w tym samym kontekście. Wydaje się istotne, aby kontekst zdaniowy pozostał niezmieniony. W różnych kontekstach nawet wyrażenia równoznaczne "zachowują" się przecież inaczej. Jeżeli wyrażenia są równoznaczne, to ich "zachowanie" w tych samych kontekstach zdaniowych powinno być takie samo (lub analogiczne). W szczególności zachowywana powinna być wartość logiczna zdania. Jednakże w pewnych zdaniach, przy pewnych podstawieniach wyrażenia α za wyrażenie β , kontekst zdaniowy może ulegać zasadniczej zmianie, np. ze zdania, które może być fałszywe otrzymujemy zdanie, które nie może być fałszywe. Takie przypadki być może nie powinny być brane pod uwagę przy ustalaniu relacji równoznaczności. Zdaję sobie sprawę, że pojęcie kontekstu zdaniowego nie jest zbyt jasne. Z pewnością możemy przyjąć, że jeżeli po dokonaniu podstawienia otrzymujemy syntaktycznie izomorficzne zdania, to kontekst zdaniowy nie uległ zmianie. W pewnych przypadkach, takich jak wymieniony w przykładzie, zmiana kontekstu wydaje się oczywista. Nie ma możliwości, by stwierdzić, czy Ajdukiewicz brał powyższą argumentację pod uwagę. Może ona jednak stanowić pewne usprawiedliwienie zmian jakich dokonał w swojej teorii

znaczenia.

Zmiany prowadzące od teorii $A1$ do teorii $A2$ przyniosły jednak niepożądane konsekwencje. O jednej z nich już wspomnieliśmy. Operacja syntaktyczna, na której opiera się definicja wymienialności nie zawsze jest wykonalna. Drugą z nich jest fakt, że w zmodyfikowanej teorii relacja wymienialności nie zawsze jest relacją równoważnościową. Wyrażenie α może być wzajemnie wymienialne z wyrażeniem β , wyrażenie β może być wzajemnie wymienialne z wyrażeniem γ , a wymienialność wyrażen α i γ może nie być wykonalna. O trzeciej konsekwencji, która przez wielu jest uważana za konsekwencję dyskwalifikującą teorię $A2$, będziemy mówić w kolejnym paragrafie.

Argument Tarskiego

Argument Tarskiego odnosi się do teorii $A2$ i dotyczy relacji pomiędzy denotacją oraz znaczeniem. Sens tego argumentu nie jest jednoznaczny. Jego interpretacja uzależniona jest od tego, jaki kształt przyjmuje Teza 2 Ajdukiewicza. Do zamieszania przyczynił się sam Ajdukiewicz. W Ajdukiewicz [1934] Teza ma postać implikacji. Jednak wiele lat później, w Ajdukiewicz [1964] Ajdukiewicz pisze o niej jako o równoważności.

Argument Tarskiego pokazuje, że w teorii $A2$ możliwa jest sytuacja, w której denotacje nazw a i b są różne, a mimo tego ze względu na dyrektywy znaczeniowe mamy $a \stackrel{D}{\approx} b$. Jeżeli Teza 2 miałaby postać równoważności, to argument Tarskiego byłby dowodem na to, że teoria znaczenia $A2$ dopuszcza możliwość istnienia równoznacznych nazw o różnej denotacji. Jeżeli Teza 2 ma postać implikacji, to argument Tarskiego dowodzi, że w teorii $A2$ mogą istnieć nazwy, które syntaktycznie "zachowują" się jak nazwy równoznaczne, mimo że mają różną denotację. Jeżeli przyjmiemy tezę, że nazwy o różnej denotacji nie mogą być równoznaczne, to wynika stąd, że pewne nazwy, które nie są równoznaczne, zachowują się tak, jak by były równoznaczne. Najczęściej przyjmuje się tę pierwszą interpretację argumentu Tarskiego.

Argument Tarskiego możemy w dzisiejszej terminologii przedstawić w następujący sposób.

Przykład 10 (Tarski)

Niech L będzie językiem elementarnym, w którym jedynymi symbolami specyficznymi są stałe indywidualowe a oraz b . Przyjmujemy, że interpretacją języka L jest model \mathfrak{M} , którego uniwersum składa się z dwóch elementów oraz $a^{\mathfrak{M}} \neq b^{\mathfrak{M}}$. Niech zbiór dyrektyw znaczeniowych

D będzie teorią elementarną generowaną przez dwa zdania: $a \neq b$ i $b \neq a$ ¹⁶. Ponieważ do zbioru D należą wszystkie tautologie wyrażalne w języku D , możemy przyjąć, że znaczenie symboli identyczności i negacji, które występują w tych dwóch zdaniach, jest znaczeniem, które przypisuje im klasyczna logika. Trudno przypuścić, by użytkownik języka L , uznający zbiór zdań D jako zbiór zdań wyznaczających znaczenia symboli tego języka, używał jednocześnie symbolów identyczności i negacji w znaczeniach różnych od znaczeń klasycznych. A zatem nazwy a i b mają różną denotację, a ponadto, niezależnie od tego faktu, zdania $a \neq b$ oraz $b \neq a$ należy interpretować, jako zdania mówiące, że nazwy a oraz b mają różną denotację¹⁷. Jeżeli jednak weźmiemy dowolne zdanie Δ ze zbioru D , to łatwo spostrzec, że zdanie $\Delta^{a \circ b}$ także należy do D . A zatem zgodnie z definicją 5.2, otrzymujemy, że $a \stackrel{D}{\approx} b$.

Bez względu na to, w jaki sposób argument Tarskiego rzeczywiście odnosi się do teorii $A2$, jest faktem, że zarówno Tarski, jak i Ajdukiewicz, uznali, że dopuszczenie w teorii znaczenia możliwości istnienia nazw równoznacznych o różnej denotacji, dyskwalifikuje tę teorię. W Ajdukiewicz [1964] Ajdukiewicz pisał: *łatwo dostrzec, że reguły sensu tego języka są inwariantne wobec przestawienia stałych A i B . Wobec tego przyjęta definicja równoznaczności kazałaby terminy A i B uważać za równoznaczne. Ale wobec aksjomatów $A \neq B$ i $B \neq A$ terminy te mają różną denotację. Widać więc, że w rozważanym języku miałyby się dwa terminy o tym samym znaczeniu, a o różnej denotacji, co wydaje się konsekwencją nie do przyjęcia.* Tę szczególną własność teorii $A2$ dostrzegł Alfred Tarski i w ustnej rozmowie zwrócił na nią uwagę Ajdukiewiczowi. Argumentacja Tarskiego była podobno jednym z powodów, które sprawiły, że Ajdukiewicz zarzucił pracę nad formalną teorią znaczenia. Jest też powodem tego, że współcześni badacze chętniej się odwołują do teorii $A1$ ¹⁸.

Trzeba podkreślić, że siła tej argumentacji opiera się całkowicie na założeniu, że w żadnym przypadku nie może być trafną teorią znaczenia, która dopuszcza możliwość istnienia równoznacznych nazw o różnej denotacji. Jeżeli jednak chcemy skonstruować teorię znaczenia, która będzie niezależna od teorii denotacji, to możemy zapytać, jakie przyczyny leżą u podstaw takiego stanowiska. Jeżeli przypisujemy wyraże-

¹⁶ Tarski przyjmował, że zbiór dyrektyw znaczeniowych D składa się ze wszystkich tautologii logicznych wyrażalnych w języku L oraz ze zdań $a \neq b$ i $b \neq a$. Przyjęliśmy nieco inne rozwiązanie. Nie wpływa to jednak na interpretację omawianego przykładu. Powyższy przykład można łatwo rozszerzyć o zbiór dyrektyw dedukcyjnych, gdyż zamiana wszystkich nazw a na b (i odwrotnie) przekształca dowolne podstawienie reguły odrywania w podstawienie reguły odrywania i podobnie jest z regułą generalizacji.

¹⁷ Gdyby zbiór dyrektyw składał się wyłącznie ze zdań " $a \neq b$ " oraz " $b \neq a$ ", nic by nas nie uprawniało do tego, by twierdzić, że zdania te wyrażają różną denotację nazw. W takim przypadku zdania te wyrażałyby to samo, co np. zdania $R(a, b)$ i $R(b, a)$.

¹⁸ Por. Buszkowski [2008].

niom, w tym przypadku dwóm nazwom, różne znaczenia i nasza teoria znaczenia jest niezależna w stosunku do teorii odniesienia, to powinniśmy umieć wskazać, czym różnią się owe znaczenia, bez odwoływania się do różnicy w denotacji. W przypadku wskazanym przez Tarskiego wydaje się to trudne. Jeżeli pominiemy fakt, że nazwy a oraz b nazywają różne obiekty, nie jesteśmy w stanie wskazać, czym miałyby się różnić znaczenia tych nazw. Może więc jednak w pewnych szczególnych przypadkach teoria znaczenia powinna dopuszczać możliwość istnienia równoznacznych nazw o różnej denotacji. Nie dostrzegam powodów, które kategorycznie wykluczałyby taką możliwość.

W większości opracowań rozważa się argumentację Tarskiego wyłącznie w kontekście teorii A2. Rzeczywiście jest tak, że w teorii A1 nie można powtórzyć argumentacji Tarskiego. Nie oznacza to jednak, że teoria A1 nie dopuszcza możliwości istnienia równoznacznych nazw o różnej denotacji. Pokazuje to poniższy przykład.

Przykład 11 Niech L będzie językiem elementarnym, którego jedynymi symbolami specyficznymi są dwie stałe indywidualne a i b , oraz jednoargumentowy symbol predykatywny P . Niech modelem interpretującym język L będzie model \mathfrak{M} , którego uniwersum składa się z dwóch elementów. Przyjmujemy, że $a^{\mathfrak{M}} \neq b^{\mathfrak{M}}$ oraz $P^{\mathfrak{M}} = \{a^{\mathfrak{M}}, b^{\mathfrak{M}}\}$. Niech zbiór dyrektyw znaczeniowych D będzie teorią elementarną w języku L , generowaną przez dwa zdania: $P(a)$ oraz $P(b)$ ¹⁹. Weźmy dowolną dyrektywę znaczeniową Δ ze zbioru D . Załóżmy, że nazwa a występuje w dyrektywie $\Delta \in D$ oraz że jest to dyrektywa istotna dla nazwy a . Istnieje zatem takie wyrażenie kategorii nazwowej α , że wyrażenie $\Delta^{a \leftarrow \alpha} \notin D$. Jeżeli α jest stałą a , to $\Delta^{a \leftarrow \alpha} = \Delta \in D$, co jest sprzeczne z założeniem. Zatem wyrażenie α jest stałą b ²⁰. Skoro $\Delta^{a \leftarrow b} \notin D$, to istnieje model \mathfrak{N} , taki, że $\mathfrak{N} \models D$ oraz $\mathfrak{N} \not\models \Delta^{a \leftarrow b}$. Niech model \mathfrak{N}^* różni się od modelu \mathfrak{N} wyłącznie tym, że $a^{\mathfrak{N}^*} = b^{\mathfrak{N}}$. Ponieważ stała a nie występuje w zdaniu $\Delta^{a \leftarrow b}$, prawdziwość tego zdania w modelu \mathfrak{N} nie zależy od interpretacji tej stałej. A zatem także $\mathfrak{N}^* \not\models \Delta^{a \leftarrow b}$ i stąd $\mathfrak{N}^* \not\models \Delta$, gdyż $a^{\mathfrak{N}^*} = b^{\mathfrak{N}}$. Ponieważ $\mathfrak{N}^* \models P(b)$, to $\mathfrak{N}^* \models P(a) \wedge P(b)$, więc $\mathfrak{N}^* \models D$. Zatem $\Delta \notin D$, co jest sprzeczne z założeniem. Ostatecznie dyrektywa Δ nie jest istotna dla nazwy a . Podobnie pokazujemy, że żadna dyrektywa nie jest istotna dla nazwy b i otrzymujemy, że $D^a \cup D^b = \emptyset$. Skoro tak, to $a \stackrel{D}{\simeq} b$ ²¹.

¹⁹ Powyższy przykład można uogólnić dodając zbiór dyrektyw dedukcyjnych złożony z tych wszystkich par postaci $\langle X, \alpha \rangle$, dla których istnieje dedukcja $\{P(a), P(b)\} \cup X \vdash \alpha$.

²⁰ Przyjmujemy, że zmienne tworzą osobną kategorię syntaktyczną, co przecież nie jest nieuzasadnione, gdyż gramatyka języka elementarnego na ogół nie przewiduje występowania stałej w miejscu zmiennej podkwantyfikatorowej. Gdyby jednak przyjąć, że zmienne należą do tej samej kategorii syntaktycznej, co stałe, to dalsze rozumowanie można przeprowadzić analogicznie, pod warunkiem, że dodamy do zbioru dyrektyw zdanie $(\forall x)P(x)$.

²¹ Dodając do języka stałą c i nie zmieniając zbioru dyrektyw możemy nasz przykład przekształcić tak,

Interpretacja tego przykładu jest jednoznaczna. Skoro Teza 1 ma postać równoważności, to fakt, że $a \stackrel{D}{\sim} b$ oznacza, iż nazwy a oraz b są równoznaczne, choć mają różną denotację. Zarzut Tarskiego w większym stopniu odnosi się więc do Teorii A1, niż do teorii A2, ponieważ Teza 2 ma tylko postać implikacji. Jeżeli w zinterpretowanym języku elementarnym L istnieją stałe a i b mające różną denotację oraz zbiór aksjomatycznych dyrektyw znaczeniowych tego języka ma model trywialny, to na gruncie teorii A1 otrzymujemy równoznaczność nazw a i b .

A zatem obie teorie znaczenia Kazimierza Ajdukiewicza dopuszczają, przy pewnej interpretacji, możliwość istnienia nazw równoznacznych o różnej denotacji. Powyższe przykłady różnią się od siebie. W przykładzie Tarskiego wśród możliwych interpretacji języka L , spełniających zbiór dyrektyw D , nie ma modelu, w którym nazwy a i b mają tę samą denotację. Ponieważ w zbiorze dyrektyw są tam dyrektywy postaci $a \neq b$, możemy powiedzieć, że jakąś "składową" znaczenia każdej z tych nazw jest denotacyjna różność. Składowa ta jednak nie różnicuje znaczeń, gdyż w równym stopniu dotyczy jednej, jak i drugiej nazwy. W drugim przykładzie istnieje model, w którym nazwy a oraz b mają tę samą denotację, choć nie jest to wyróżniona interpretacja języka. Różność denotacyjna nie jest składową znaczenia nazw. Jednakże nie zmienia to faktu, że względem wyróżnionej dla języka L interpretacji, w obu przypadkach otrzymujemy nazwy, które są równoznaczne, choć mają różną denotację.

Intuicyjne pojęcie równoznaczności nazw

Naszym celem jest przedyskutowanie możliwości formalnej, semantycznej definicji pojęcia równoznaczności nazw, które byłoby niezależne od pojęcia denotacji. Proponujemy, by spełniało ono dwa intuicyjne warunki.

Pierwszy z proponowanych warunków wydaje się powszechnie akceptowany. Mówi on, że nazwy o tej samej denotacji nie muszą być równoznaczne. Intuicja ta jest charakterystyczna dla konotacyjnych teorii znaczenia. Klasycznym przykładem, podawanym za Gotlobem Frege, są nazwy "Gwiazda Wieczorna" i "Gwiazda Poranna". Kazimierz Ajdukiewicz ilustrował możliwość różnoznaczności nazw o tej samej denotacji przykładem nazw "najwyższa góra Szwajcarii" i "najwyższa góra Europy". Nawiasem mówiąc nazwy te mają różną denotację, gdyż Mont Blanc jest najwyższą górą Francji²². Najwyższą górą Szwajcarii jest Monte Rosa w Alpach Pennińskich.

aby dyrektywy były istotne dla nazw a i b .

²² Nie mogę jednak wykluczyć, że Ajdukiewicz miał rację, tylko po roku 1934 nastąpiła korekta granic między Francją i Szwajcarią. Nie udało mi się tego sprawdzić.

Nawet gdyby zamienić nazwę "najwyższa góra Szwajcarii" na nazwę "najwyższa góra Francji", to przykład ten także mógłby być zakwestionowany. Alpińscy zdobywający tzw. "Koronę Ziemi", tzn. najwyższe szczyty wszystkich kontynentów, uznają bowiem, że najwyższym szczytem Europy jest Elbrus, a Mont Blanc jest najwyższym szczytem Europy Zachodniej.

Jeżeli uznamy, że nazwy "najwyższa góra Francji" i "najwyższa góra Europy" mają tę samą denotację, to powinniśmy się zgodzić, że nazwy te mają różne znaczenia, w szczególności w pewnym możliwym świecie mogłyby mieć różną denotację. Byłoby tak na przykład, gdyby ruchy górotwórcze w orogenezie alpejskiej wypiętrzyły we Włoszech lub Szwajcarii górę wyższą niż 4811 mnp., lub gdyby granica państwowa między Francją i Italią ukształtowała się kilkaset metrów dalej niż obecna, lub gdyby Międzynarodowa Unia Geograficzna przyjęła inny przebieg wschodniej granicy Europy. Jednakże w każdym z tych możliwych światów znaczenia tych nazw pozostałoby niezmienione, pomimo, że ich denotacje byłyby w nich różne. Podobne rozważania w przypadku nazw "najwyższa góra Francji" i "szczyt we Francji, który jest wyższy od wszystkich innych francuskich szczytów" nie wydają się możliwe, dlatego skłonni jesteśmy uznać, że są to nazwy równoznaczne.

Powyższe rozważania wskazują na dwa istotne aspekty związane ze znaczeniami nazw. Po pierwsze widzimy, że rozważając znaczenie nazw trzeba wziąć pod uwagę nie tylko wyróżniony model interpretujący dany język, ale pewną szerszą klasę możliwych modeli dla tego języka. Po drugie, znaczenia nazw nie muszą ulegać zmianie, gdy zmienia się interpretacja języka, nawet gdy ta zmiana pociąga za sobą zmianę ich denotacji.

Drugi intuicyjny warunek, który moim zdaniem powinna spełniać formalna definicja równoznaczności nazw, jest znacznie rzadziej akceptowany, można nawet powiedzieć, że jest powszechnie nieakceptowany. Nazywam go jednak warunkiem intuicyjnym, gdyż wydaje mi się, że argumenty przemawiające za jego odrzuceniem mają charakter nie intuicyjny, ale spekulatywny. Warunek ten mówi, że nazwy o różnej denotacji nie muszą mieć różnego znaczenia. Nie sądzę, aby intuicja przeciw temu bardzo protestowała. Skłonny jestem przyjąć, że dwie nazwy denotujące dwa różne obiekty, które z punktu widzenia własności wyrażalnych w danym języku, różnią się wyłącznie tym, że są nazwami o różnych denotacjach, powinny być uznane jako równoznaczne. Jeżeli dwie nazwy mają mieć różne znaczenie, to różnica w znaczeniu powinna być wyrażalna w danym języku i nie powinno być to stwierdzenie, że nazwy mają różną denotację. Treścią tego stwierdzenia jest bowiem to, że nazwy mają różną

denotację, a nie różne znaczenie. W językach, które nie zawierają w sobie odpowiedniego fragmentu metajęzyka, takie stwierdzenie jest na zresztą niewyrażalne.

Przypadki nazw różniących się denotacją i mających to samo znaczenie, mogą mieć bardzo szczególny charakter, ale powinny być dopuszczalne. Na przykład nazwy dwóch różnych obiektów w czasoprzestrzeni nigdy nie będą równoznaczne w ramach dostatecznie bogatego języka, gdyż takie obiekty zawsze będą się różniły nie tylko nazwami, ale również współrzędnymi w czasoprzestrzeni. Czym jednak różnią się znaczenia nazw w przykładzie Tarskiego?

Możliwość istnienia równoznacznych nazw o różnej denotacji została odrzucona zarówno przez Ajdukiewicza, jak i przez Tarskiego. Jest jednak faktem zastanawiającym, że mimo takiego stanowiska Ajdukiewicz, odwołując się do podstawowych intuicji związanych z pojęciem znaczenia, dwukrotnie skonstruował teorię, która w sposób ukryty dopuszcza taką możliwość.

O nazwowych teoriach znaczenia

Teoria A1 okazuje się w wersji uproszczonej nieciekawa, a wersji pełnej narażona na paradoksalne konsekwencje. Z drugiej strony argument dyskwalifikujący teorię A2, w jeszcze większym stopniu odnosi się do teorii A1. Teoria A2 ma w porównaniu z teorią A1 zalety: nie różnicuje znaczeniowo zmiennych, definicja wymienialności wyrażań jest prostsza, dyrektywy o charakterze logicznym nie wpływają na relację równoznaczności dla wyrażań pozalogicznych. Wydaje się również, że trafniejszą od Tezy 1 Ajdukiewicza jest jego Teza 2, która w zachodzeniu relacji wzajemnej wymienialności upatruje jedynie warunku koniecznego dla zachodzenia relacji równoznaczności. Relacja wzajemnej wymienialności wyrażań jest pojęciem syntaktycznym, relacja równoznaczności jest pojęciem semantycznym. Opis syntaktyczny jest na ogół słabszy od opisu semantycznego. Wiemy przecież, że jeżeli mamy zupełny zbiór zdań elementarnych mający nieskończony model, to istnieje nieskończenie wiele nieizomorficznych modeli dla tego zbioru zdań. Podzielamy zatem intuicje Ajdukiewicza i w dalszej części tekstu będziemy się zajmowali teorią A2.

Teoria A2, podobnie zresztą jak A1, ma charakter uniwersalny i odnosi się do dowolnych wyrażań dowolnych języków, zarówno etnicznych, jak i zinterpretowanych języków formalnych²³. Ajdukiewicz jednakże dokonuje idealizacji języków etnicznych,

²³ W artykule Ajdukiewicz [1934] autor wprowadził założenie ograniczające rozważane języki do języków spójnych i domkniętych. Założenie to było jednak związane z definicją przekładu, a więc z rozważaniem synonimiczności wyrażań należących do różnych języków. Jeżeli ograniczymy się do rozważania synonimiczności wyrażań należących do jednego języka, założenie to nie jest potrzebne.

zwłaszcza jeśli chodzi o ich funkcjonowanie w społeczności językowej. Zakłada też, że nie zawierają one wyrażen wieloznacznych. W dalszych rozważaniach klasę rozważanych języków ograniczymy do zinterpretowanych języków elementarnych, opartych o klasyczną logikę. Aby uściślić nasze rozważania wybieramy konkretny system logiki. Niech to będzie system logiki elementarnej z identycznością zdefiniowany w Pogorzelski [1981]. Regułami inferencji są w tym systemie reguła odrywania i reguła generalizacji (w języku tej logiki mamy tylko uniwersalny kwantyfikator). W teorii *A2*, podobnie jak w teorii *A1*, relacja równoznaczności na zbiorze wyrażen języka *L* jest charakteryzowana przez odwołanie się do zbioru dyrektyw znaczeniowych tego języka. Na kształt tego zbioru Ajdukiewicz nie nakłada żadnych warunków, gdyż nie można nałożyć żadnych warunków na możliwe zachowania językowe danej społeczności językowej. Jeżeli z punktu widzenia logiki klasycznej lub ogólnie rozumianej racjonalności zachowania te są dziwaczne, to wyznaczają one dziwną relację równoznaczności wyrażen. Zauważmy, że języki etniczne zawierają w sobie fragmenty racjonalne, w których obowiązują prawa logiki oraz fragmenty irracjonalne, w których prawa logiki nie obowiązują. Teoria Ajdukiewicza umożliwia definiowanie fragmentów języka, dla których pewne dyrektywy znaczeniowe mają charakter logiczny względem pewnych kategorii syntaktycznych, chociaż nie mają one tego charakteru w całym języku. Możemy wtedy relatywizować pojęcie równoznaczności względem fragmentów języka.

W dalszych rozważaniach nałożymy na zbiór dyrektyw znaczeniowych pewne warunki. Ponieważ ograniczamy się do języków elementarnych przyjmujemy, że w zbiorach dyrektyw znaczeniowych nie ma dyrektyw empirycznych. Pozostają nam dyrektywy aksjomatyczne oraz dedukcyjne. Przyjmujemy, że zbiór dyrektyw aksjomatycznych jest teorią elementarną w języku *L*, prawdziwą w wyróżnionym modelu będącym interpretacją tego języka. Zbiór dyrektyw dedukcyjnych obejmuje natomiast wszystkie podstawienia w języku *L* reguły odrywania i reguły generalizacji. Zakładamy tym samym, że nie wszystkie zdania prawdziwe języka *L* muszą być uznane przez użytkowników tego języka na mocy znaczenia wyrażen (wiedza nie musi mieć charakteru analitycznego), oraz że użytkownicy języka *L* mają pełną zdolność dedukowania.

Dowolny niesprzeczny zbiór zdań *S* języka *L* może zatem wyznaczyć zbiór dyrektyw znaczeniowych tego języka, jeżeli tylko pośród modeli zbioru *S* znajduje się wyróżniony model, będący interpretacją języka *L*.

Ponieważ, jak wspomnieliśmy, Ajdukiewicz w swojej teorii nie nakłada na język

żadnych istotnych warunków, zbiór dyrektyw znaczeniowych zależy od zachowań językowych użytkowników języka, które również nie są ograniczone żadnymi warunkami, możemy przyjąć, że nasze ustalenia nie tyle modyfikują teorię znaczenia Ajdukiewicza, ile skupiają uwagę na pewnych, szczególnych jej zastosowaniach. W żadnym wypadku nie twierdzę jednak, że teorię znaczenia Ajdukiewicza można zredukować do tych szczególnych przypadków.

Niech Δ będzie dowolnym podstawieniem reguły odrywania. Jeżeli operacja wymienialności jest wykonalna, to $\Delta^{\alpha\circ\beta}$ również jest podstawieniem reguły odrywania, bez względu na to, czy wyrażenia α i β są termami, formułami lub zmiennymi. Zatem dyrektywy te nie wpływają na relację równoznaczności dla wyrażeń tych kategorii. Wpływają na relację równoznaczności dla binarnych spójników zdaniowych. Łatwo jednak pokazać, że już same dyrektywy aksjomatyczne sprawiają, że dla wyrażeń tej kategorii syntaktycznej relacja wzajemnej wymienialności pokrywa się z relacją identyczności. Podobnie jest dla reguły generalizacji. Zatem w naszym przypadku dyrektywy dedukcyjne mogą być pominięte. Jest zaletą teorii A2, że dyrektywy o charakterze logicznym nie wpływają na relację wymienialności dla wyrażeń pozalogicznych. Jeżeli zatem pewne dyrektywy znaczeniowe sprawiają, że na symbolach logicznych relacja wymienialności pokrywa się z relacją identyczności, to wszystkie pozostałe dyrektywy o charakterze logicznym mogą być usunięte, bez zmiany kształtu relacji na wszystkich wyrażeniach. Zdania będące elementami zbioru aksjomatycznych dyrektyw znaczeniowych będziemy nazywali po prostu dyrektywami znaczeniowymi.

Jesteśmy zainteresowani problemem dopuszczalności w teorii znaczenia równoznacznych nazw o różnej denotacji. Ograniczamy zatem zakres teorii znaczenia do kategorii składniowej nazw²⁴ i będziemy rozważali relacje równoznaczności na zbiorze termów stałych zinterpretowanych języków elementarnych.

Podsumujmy nasze ustalenia. Rozważamy zinterpretowane języki elementarne. Zbiór dyrektyw znaczeniowych składa się ze zdań prawdziwych i jest domknięty na konsekwencję logiczną. Przedmiotem naszego zainteresowania będzie możliwość formalnego, semantycznego zdefiniowania relacji, która mogłaby być utożsamiona z in-

²⁴ Wydaje się zresztą, że teoria Ajdukiewicza najlepiej sprawdza się w przypadku nazw i funktorów. Inaczej jest w przypadku zdań. Problem pojawia się, gdy zapytamy o znaczenie np. dyrektyw aksjomatycznych. Dyrektywy jako zdania muszą same wyznaczyć swoje znaczenie. Trudno przyjąć, że dyrektywy są równoznaczne, skoro mają one różnicować znaczenia wyrażeń. Niech Δ_1 oraz Δ_2 będą takimi różnoznacznymi dyrektywami. Skoro tak, to musi istnieć dyrektywa Δ_3 , zawierająca Δ_1 lub Δ_2 i taka, że $\Delta_4 = \Delta_3^{\Delta_1\circ\Delta_2} \notin D$. Δ_4 nie może być równoznaczna z Δ_1 (także z Δ_2 i Δ_3). Zatem musi istnieć dyrektywa Δ_5 , zawierająca Δ_1 lub Δ_4 , taka, że $\Delta_5^{\Delta_1\circ\Delta_4} \notin D$, itd.

tuicyjnie rozumianą relacją $\overset{\text{int}}{\sim}$ na zbiorach termów stałych. Będziemy również rozważali związki, jakie zachodzą pomiędzy tak zdefiniowanymi relacjami, a relacjami współoznaczania, tj. relacjami posiadania tej samej denotacji.

Algebrę termów stałych \mathfrak{T}^L dla języka L definiujemy następująco. Uniwersum algebry \mathfrak{T}^L jest zbiorem wszystkich termów stałych języka L . Sygnatura algebry składa się z wszystkich stałych indywidualowych i wszystkich symboli funkcyjnych języka L . Są one zinterpretowane następująco: jeżeli c jest stałą indywidualową, to $c^{\mathfrak{T}^L} = c$; jeżeli F jest n -argumentowym symbolem funkcyjnym i t_1, \dots, t_n są dowolnymi elementami uniwersum, to

$$F^{\mathfrak{T}^L}(t_1, \dots, t_n) = F(t_1, \dots, t_n).$$

Semantyczna teoria znaczenia dla nazw, oparta o dyrektywalną teorię znaczenia Kazimierza Ajdukiewicza, powinna pozwolić na zdefiniowanie relacji równoznaczności, dla której teoria Ajdukiewicza dostarcza jedynie warunku koniecznego o charakterze syntaktycznym. Celem jest zdefiniowanie w pewnych wybranych przypadkach środkami semantycznymi relacji równoznaczności, którą można by wstawić w miejsce intuicyjnej relacji $\overset{\text{int}}{\sim}$, występującej w Tezie 2 Ajdukiewicza. Wydaje się, że taka teoria powinna spełniać opisane poniżej warunki.

Niech L będzie językiem elementarnym. Oznaczmy rodzinę wszystkich niesprzecznych teorii w języku L przez $Th(L)$. Dowolna niesprzeczna teoria w języku L może posłużyć za zbiór dyrektyw aksjomatycznych tego języka, jeżeli tylko interpretację języka dobierzemy tak, by była ona modelem dla tej teorii. W każdym takim przypadku nasza teoria znaczenia powinna umożliwić zdefiniowanie środkami semantycznymi relacji $\mathcal{R} \subseteq Tr^L \times Tr^L \times Th(L)$, takiej że

1. dla dowolnego $D \in Th(L)$ relacja

$$\overset{D}{\sim} = \{ \langle t_1, t_2 \rangle : \langle t_1, t_2, D \rangle \in \mathcal{R} \}$$

jest kongruencją w algebrze termów stałych \mathfrak{T}^L ,

2. jeżeli $t_1 \overset{D}{\sim} t_2$, to $t_1 \overset{D}{\approx} t_2$.

Z powyższych warunków wynika, że relacja równoznaczności określona na zbiorze termów stałych języka elementarnego L powinna być kongruencją w algebrze termów stałych języka L oraz powinna być spełniona Teza 2 Ajdukiewicza.

Dla dowolnego języka elementarnego L , którego interpretacją jest model \mathfrak{M} , w algebrze termów stałych $\mathfrak{T}\tau^L$ istnieje wyróżniona kongruencja związana z tą interpretacją. Jest to kongruencja $\overset{\mathfrak{M}}{\approx}$ zdefiniowana następująco:

$$t_1 \overset{\mathfrak{M}}{\approx} t_2 \text{ wtedy i tylko wtedy, gdy } t_1^{\mathfrak{M}} = t_2^{\mathfrak{M}}.$$

Teorie znaczenia nazw można podzielić na trzy rodzaje w zależności od tego, w jakim obszarze uniwersum kraty kongruencji algebry $\mathfrak{T}\tau^L$ mogą się znaleźć relacje równoznaczności dla termów stałych wyznaczone przez daną teorię względem zbioru dyrektyw znaczeniowych $D \subseteq Th(\mathfrak{M})$.

1. Teorie, w których relacje równoznaczności wypadają zawsze poniżej relacji $\overset{\mathfrak{M}}{\approx}$. Nazwiemy je teoriami konotacyjnymi.
2. Teorie, w których relacje równoznaczności wypadają zawsze powyżej relacji $\overset{\mathfrak{M}}{\approx}$. Nie mamy dobrej nazwy dla tych teorii, zresztą w praktyce one nie występują.
3. Teorie, w których występują relacje równoznaczności nieporównywalne z relacją $\overset{\mathfrak{M}}{\approx}$. Nazwiemy je teoriami areferencjalnymi²⁵.

Jeżeli przyjmiemy, $t_1 \overset{D}{\approx} t_2$ wtedy i tylko wtedy, gdy $D \vdash t_1 = t_2$, to otrzymamy teorię konotacyjną. Dopuszcza ona możliwość, że nazwy o tej samej denotacji w interpretacji języka L mają różne znaczenie. Jako problem otwarty pozostawiam zadanie sformułowania teorii niezależnej, która dopuszczałaby również możliwość istnienia równoznacznych nazw o różnej denotacji. Sięgnięcie po środki semantyczne jest zgodne z późnym poglądem Ajdukiewicza, który w Ajdukiewicz [1964] pisał: *pojęcia znaczenia nie można zdefiniować za pomocą samych środków syntaktycznych bez zastosowania pojęć semantyki*. Teorie areferencjalne nie są oczywiście teoriami, w których pojęcie znaczenia spełnia warunek ekstensjonalności. Znaczenie złożonych wyrażeń nie jest zdeterminowane przez znaczenia wyrażeń składowych. Można uznać, że jest to wada tych teorii. Z drugiej strony trzeba pamiętać, że języki naturalne nie są językami ekstensjonalnymi. Jeżeli przyjmiemy, że nazwy a i b mają to samo znaczenie, to niekoniecznie musimy przypisywać to samo znaczenie zdaniom $a = a$ oraz $a = b$ (także zdaniom $a \neq a$ oraz $a \neq b$). Pierwsze z nich jest przecież prawem logiki, a drugie nie jest.

²⁵ Termin zapożyczam z Olech [1993].

Bibliografia

- Ajdukiewicz [1921] - K. Ajdukiewicz, *Pojęcie dowodu w znaczeniu logicznym. Z metodologii nauk dedukcyjnych*, t. 10, wyd. Polskie Towarzystwo Filozoficzne, Lwów 1921, s. 9-21. Przedruk w K. Ajdukiewicz, *Język i poznanie*, PWN, Warszawa 1985.
- Ajdukiewicz [1931] - K. Ajdukiewicz, *O znaczeniu wyrażeń. Księga Pamiątkowa Polskiego Towarzystwa Filozoficznego we Lwowie*, Lwów 1931, s. 31-37. Przedruk w K. Ajdukiewicz, *Język i poznanie*, PWN, Warszawa 1985.
- Ajdukiewicz [1934] - K. Ajdukiewicz, *Sprache und Sinn, "Erkenntnis" IV 1934*, s. 100-138. Przedruk *Język i znaczenie* w K. Ajdukiewicz, *Język i poznanie*, PWN, Warszawa 1985.
- Ajdukiewicz [1935] - K. Ajdukiewicz, *Die syntaktische Konnexität, "Studia Philosophica" I 1935*, s. 1-27. Przedruk *O spójności syntaktycznej* w K. Ajdukiewicz, *Język i poznanie*, PWN, Warszawa 1985.
- Ajdukiewicz [1964] - K. Ajdukiewicz, *Zagadnienie empiryzmu a koncepcja znaczenia, "Studia Filozoficzne" I(36) 1964*, s. 3-14.
- Buszkowski [2008] - W. Buszkowski, *Uwagi o Ajdukiewiczowskiej teorii znaczenia*, dostępne na: <http://www.ifispan.waw.pl/studialogica/s-p-f/forum-files/Buszkowski-uwaajd.pdf> (15.03.2011).
- Frege [1970] - G. Frege, *Pisma semantyczne*, PWN, Warszawa 1970.
- Husserl [2000] - E. Husserl, *Badania logiczne*, t. II, cz. I, PWN, Warszawa 2000.
- Jedynak [2003] - A. Jedynak, *Ajdukiewicz*, Wiedza Powszechna, Warszawa 2003.
- Olech [1993] - A. Olech, *Język, wyrażenia i znaczenia. Semiotyka Kazimierza Ajdukiewicza*, Wydawnictwo Wyższej Szkoły Pedagogicznej, Częstochowa 1993.
- Pogorzelski [1981] - W. Pogorzelski, *Klasyczny rachunek kwantyfikatorów. Zarys teorii*, PWN, Warszawa 1981.
- Tarski [1930/31] - A. Tarski, *O pojęciu prawdy w odniesieniu do sformalizowanych nauk dedukcyjnych, "Ruch Filozoficzny" (12) 1930/1931*, s. 210-211. Przedruk w Alfred Tarski, *Pisma Logiczno-filozoficzne*, t. 1, PWN, Warszawa 1995, s. 3-10.
- Tarski [1933] - A. Tarski, *Pojęcie prawdy w językach nauk dedukcyjnych*, Prace Towarzystwa Naukowego Warszawskiego, Wydział III Nauk Matematyczno-Fizycznych, nr 34, Warszawa 1933. Przedruk w Alfred Tarski, *Pisma Logiczno-filozoficzne*, t. 1, PWN, Warszawa 1995, s. 11-172.
- Tarski [1936] - A. Tarski, *Głos w dyskusji nad referatem Marii Kokoszyńskiej zatytułowanym "W sprawie względności i bezwzględności prawdy"*, Księga Pamiątkowa Trzeciego Polskiego Zjazdu Filozoficznego, Kraków 1936. Przedruk w Alfred Tarski, *Pisma Logiczno-filozoficzne*, t. 1, PWN, Warszawa 1995, s. 202-205.
- Woleński [1985] - J. Woleński, *Filozoficzna Szkoła Lwowsko-Warszawska*, PWN, Warszawa 1985.

Wójcicki [1999] - R. Wójcicki, *Ajdukiewicz. Teoria znaczenia*, Prószyński i S-ka, Warszawa 1999.

Zalta [2011] - E.N. Zalta, *Frege's Logic, Theorem, and Foundations for Arithmetic*, Stanford Encyclopedia of Philosophy, dostępne na: <http://plato.stanford.edu/entries/frege-logic> (05.04.2011).