

## O EPISTEMOLOGII JANA WOLEŃSKIEGO – SPOJRZENIE MATEMATYKA

– Adam Roman –

---

Jan Woleński, *Epistemologia. Poznanie, prawda, wiedza i realizm*,  
Wydawnictwo Naukowe PWN, wyd. I, Warszawa 2005.

Z zainteresowaniem przeczytałem opublikowaną w piśmie „Diametros” obszerną i bardzo merytoryczną recenzję autorstwa prof. Jana Woleńskiego książki prof. Tadeusza Gadacza *Historia filozofii XX wieku. Nurty, Tom II*. Recenzja jest sprzed ponad roku, ale natknąłem się na nią niedawno przeglądając jedno z internetowych forów dyskusyjnych poświęconych nauce, na którym ktoś umieścił link do tekstu Woleńskiego. Krakowski epistemolog w swojej recenzji miażdży dzieło Gadacza wytykając mu mnóstwo błędów i nieetycznych zachowań wszelkiego rodzaju, poczynając od plagiatu i autoplagiatu, poprzez błędy rzeczowe i logiczne, na ortograficznych skończywszy. Zarzuty dotyczą nawet kwestii terminologicznych. Mam wielki podziw dla ogromu pracy, jaką Woleński musiał włożyć w przygotowanie tej liczącej ponad 60 stron recenzji - dłuższej niż niejeden artykuł filozoficzny. Jej autor wykonał iście benedyktyńską pracę śledząc i dokumentując najmniejsze potknięcia Gadacza.

Czytając tę krytykę przypomniałem sobie, że jakiś czas temu zakupiłem podręcznik *Epistemologia* Woleńskiego. Tego samego Woleńskiego, który w swojej recenzji pisze między innymi, że Gadacz "powinien omijać problemy logiczno-matematyczne szerokim łukiem, bo nie ma o nich pojęcia", że "książka jest chaotyczna i niechlujna", że "znamionuje się żenującą nieporadnością logiczną i stylistyczną" i że - generalnie - "jest skandalem warsztatowym".

Dlaczego przypomniał mi się podręcznik Woleńskiego? Książka ta dotyczy epistemologii, a więc w szczególności zahacza o kwestie związane z logiką i podstawami matematyki. Woleński niewątpliwie musi być w tej materii kompetentny. Potencjalny czytelnik *Epistemologii* niewątpliwie z zaciekawieniem sięgnie po nią z co najmniej dwóch powodów: po pierwsze, z powodu nazwiska - w końcu Woleński to postać znana i ceniona w polskim i międzynarodowym środowisku filozoficznym. Po drugie, z powodu wydawcy, którym jest nie byle kto, bo samo

Polskie Wydawnictwo Naukowe PWN. Te dwa fakty muszą świadczyć o najwyższej jakości podręcznika.

Tak niestety nie jest. Używając sformułowania Woleńskiego, można by rzec, iż jego własna książka jest skandalem warsztatowym, choć winowajcą jest tu raczej wydawca, a w mniejszym stopniu autor. Czytając ją odnosiłem wrażenie, że była pisana w pośpiechu, a w wydawnictwie nikt - w szczególności żaden korektor - nie raczył na nią spojrzeć. Wyobrażam sobie, że autor przyniósł gotowy manuskrypt do wydawnictwa, a ono - być może pod wpływem nazwiska autora - wydrukowało publikację w takiej postaci, w jakiej mu ją dostarczono, nie sprawdzając ani jednej strony tekstu. Sformułowanie "ani jednej strony" jest akurat w tym kontekście bardzo trafne, gdyż książka Woleńskiego ma błędy prawie na każdej stronie (sic!). Tekst dosłownie roi się od błędów stylistycznych i typograficznych. Autor nie ustrzegł się również błędów merytorycznych, dotyczących podstaw matematyki i logiki. Woleński dokładnie za to samo w bardzo ostry sposób krytykuje Gadacza. Jeśli tak czyni, to od siebie powinien jednak wymagać o wiele większych standardów, zarówno w kwestii poprawnego stosowania formalizmu, jak i rozumienia używanych pojęć matematycznych. Wymagania te powinien sobie stawiać tym surowiej, że - jak już wspomniałem - książka jest pisana z perspektywy filozofii analitycznej i w szczególności dotyczy kwestii formalnych, matematyczno-logicznych. A w matematyce precyzja i dokładność to podstawa.

Przejdę teraz do omówienia powyższych błędów, przy czym zacznę od omówienia błędów wagi najmniejszej, do błędów najpoważniejszych. Zgrzyt stylistyczny następuje już na pierwszej stronie przedmowy, w szóstym zdaniu (str. 9; odniesienia związane z numeracją stron oraz wzorów dotyczą pierwszego wydania książki z roku 2005). Zdanie to brzmi:

To, co może jest jednak warte specjalnego podkreślenia, filozof analityczny dysponuje narzędziami pozwalającymi na podjęcie klasycznej problematyki filozoficznej.

Dalej jest podobnie. Poniżej wymieniam tylko niektóre błędy znalezione przeze mnie na pierwszych stu (spośród 550) stronach książki: "Trudno przecenić znaczenie tej metody [...], w szczególności dla pojawienie się aprioryzmu i racjonalizmu" (str. 18) - powinno być "pojawienia się". "To przysługuje rzeczą" (str. 18) zamiast "rzeczom"; "Podobnie, jak Sokrates" (str. 18) - nie powinno być przecinka; "dusze" zamiast "duszę" na str. 19; na str. 22 brakuje nawiasu otwierającego przed frazą "jak np. św. Anzelm z Canterbury"); "Właściwa metoda [...] jest wyznaczona przez szereg reguł opisanych *Rozprawie o metodzie*" (str. 24) - brak słówka "w"; "orasz" zamiast "oraz" na str. 26; "po silnym" zamiast "pod silnym" na str. 33;

"własne odrębne" zamiast "własne, odrębne" na tej samej stronie; "I ten system jest traktowany komponent" zamiast "jako komponent" (str. 47); "przejsie od prawdziwych przesłanej do wniosków" zamiast "przesłanek" (str. 48); "nawiązuje" zamiast "nawiązuję" na str. 49; "[...] dedukcja polega na dowodzeniu pewne zasad" zamiast "pewnych zasad" (str. 54); "jest rzeczą od razu widoczna" zamiast "widoczną" (str. 56); "kryterium nie jest jasna" zamiast "jasne" (str. 57); "Najbardziej popularna wersją" zamiast "popularną" (str. 58); "proces ma pewna treść" zamiast "pewną" (str. 59); "To [...] jest problemem ontologicznych" zamiast "ontologicznym" (str. 61); "stanowi o autonomii, podkreślaną" zamiast "podkreślanej" (str. 61); "w więc" zamiast "więc" (str. 62); "Pogląd Ajdukiewicz" zamiast "Ajdukiewicza" (str. 62).

Na str. 68 napotyamy następujący koszmar stylistyczno-typograficzny:

Jeśli jednak przyjąć za Kahnem (por. Kahn 1973, Kahn 1988), że drugie wystąpienie *esti* w (a) jest werydyczne, a nie egzystencjalne, otrzymujemy (viii) "Tym samym jest poznanie czegoś jako takiego a takiego i myślenie, że to coś jest takie a takie", a to daje (viii') myślenie prawdziwe = myśl, że jest tak a tak", co daje nie tyle, równozakresowość myślenia prawdziwego i myślenia przedmiotowego, ale pierwszego i myślenia, że jest tak a tak.

Pomińmy już to, że zdanie to zajmuje w książce siedem linii tekstu. Wygląda ono jak zapiski nierozgarniętego studenta notującego na wykładzie i nienadążającego z przepisywaniem tekstu z tablicy. Naprawdę współczuję studentom uczącym się do egzaminu z tego podręcznika...

Błędy stylistyczne można wymieniać jeszcze długo: "prawda polega na przyjmowanie" zamiast "przyjmowaniu" (str. 70); "zdania" zamiast "zdanie" (str. 70); "połączeniu [...] odpowiada połączeniu" zamiast "połączeniu [...] odpowiada połączenie" (str. 72); "Nic z tego nie wynika dla pojęcie" zamiast "dla pojęcia" (str. 74); "Verum mihi videtur esse" zamiast "esse" (str. 75); "izolowaniu sensu korespondencyjny" zamiast "korespondencyjnego" (str. 76); "różnica [...] polega na tym, że (To') powiada się" zamiast "w (To') powiada się" (str. 80); "prawda transcendentálna polega zgodności" zamiast "na zgodności" (str. 84); i w kolejnym zdaniu: "prawdziwość sądu polega na zgodność" zamiast "na zgodności"; "zgodność było" zamiast "była" (str. 87); "traktował pojęcie [...] jako całkowita pomyłkę" zamiast "całkowitą" (str. 87); "pojęci" zamiast "pojęcie" (str. 91); "Filozofia austriacka [...] może traktowana" zamiast "może być traktowana" (str. 94).

To są jedynie niektóre błędy z pierwszych stu stron książki. Dalej jest podobnie - błąd na błędzie. W tekście występuje także mnóstwo błędów interpunkcyjnych, w szczególności nadmiar przecinków, pojawiające się nagle dwukropki

przed nawiasem zamykającym (str. 58), niepotrzebne średniki (np. str. 81), zdania rozpoczynające się małą literą (np. str. 127), brak odstępów po kropce (np. str. 129) itd. Należy bardzo wyraźnie podkreślić, że w książce tej znaki interpunkcyjne pełnią niezwykle istotną rolę, bo na przykład apostrofy służą do oznaczania zdań należących do metajęzyka, w celu odróżnienia ich od zdań wypowiedzianych w "zwykłym" języku. Tymczasem np. na str. 79 mamy takie oto zdanie:

Zdanie 'A jest prawdziwe jest równoważne A wtw zdanie A wyraża to, że A i A.

Brak apostrofu zamykającego powoduje, że zdanie to można rozumieć na co najmniej dwa sposoby:

1. Zdanie 'A jest prawdziwe' jest równoważne A wtw zdanie A wyraża to, że A i A.
2. Zdanie 'A jest prawdziwe jest równoważne A wtw zdanie A' wyraża to, że A i A.

Mały szczegół, a jakże istotny! Nawiasem mówiąc, na str. 80, w zdaniu oznaczonym jako (To') występuje (znowu) izolowany apostrof przed słowem *intellectus* - być może to jest ten apostrof zamykający powyższe zdanie? W niektórych formułach apostrof jest zastępowany cudzysłowem. Na ironię zakrawa fakt, że taki bałagan i niechlujstwo panuje w książce o epistemologii, w której pozycja każdego przecinka i każdego apostrofu występującego w formule ma kolosalne znaczenie dla *sensu* bądź *prawdziwości* tej formuły!

Błędy literowe zdarzają się w każdej książce, jednak to, co prezentuje sobą *Epistemologia* Woleńskiego woła o pomstę do nieba. Za te błędy nie można oczywiście winić autora - każdy ma prawo je popełniać, normalna to rzecz. Ale od tego jest w wydawnictwie korekta, żeby te błędy usuwać, a nieporadne stylistycznie fragmenty wygładzać. Książka Woleńskiego ewidentnie przez żadną korektę nie przeszła. Błędy stylistyczne i niekonsekwentne stosowanie notacji niesamowicie utrudniają czytanie. Często wprowadzają też zamieszanie wypaczając bądź zaciemniając sens wypowiedzi, powodując tym samym dezorientację i irytację czytelnika. Jeśli zaś idzie o błędy natury interpunkcyjnej w formułach i wzorach, to tu jednak winę ponosi autor. Korektor książki filozoficznej nie musi znać się na matematyce czy logice i dlatego to na autorze spoczywa obowiązek o dbałość przynajmniej w tych kluczowych fragmentach tekstu.

W podręczniku Woleńskiego pojawia się mnóstwo błędów merytorycznych. Ponieważ jestem matematykiem, nie filozofem, skupiłem się na matematycznej, formalnej stronie tekstu Woleńskiego. Nawiasem mówiąc, nie potrzeba żadnej wielkiej wiedzy matematycznej, żeby te błędy zauważyć - większość z nich

dotyczy bowiem elementarnych zasad obowiązujących w matematyce i wykładowych uczniom w pierwszej klasie szkoły średniej.

Autor w wielu miejscach używa pojęć, których wcześniej nie zdefiniował, na przykład na str. 44 pisze o układzie  $\langle J, Cn, Th \rangle$ , po czym na str. 45 pisze: "Jeśli S ma dokonywać refleksji nad swym poznaniem, UK trzeba poszerzyć do  $UK' = \langle J, MJ, Cn, T \rangle$ ". Czytelnik z kontekstu ma domyślić się, że opisany wcześniej układ  $\langle J, Cn, Th \rangle$  jest oznaczony przez UK. Nawiasem mówiąc, w książce chyba w ponad stu (!) miejscach występują niekonsekwencje typograficzne. Na przykład, w powyższym przykładzie, symbol Th najpierw jest zwykłą czcionką, później pogrubioną. To samo jest z wieloma innymi oznaczeniami oraz odwołaniami do numeracji wzorów. Autor swobodnie również oznacza nawiasy, na przykład bardzo często nawias otwierający jest pogrubiony, a zamykający już nie.

Woleński z uporem stosuje zapis  $\forall x F(x)$  lub  $\exists x F(x)$ , czyli odpowiednio: "dla każdego x zachodzi F(x)" oraz "istnieje x taki, że F(x)". Nie ma czegoś takiego jak "dla każdego x". Ten x musi należeć do jakiegoś uprzednio zdefiniowanego zbioru! Czyli poprawny jest zapis:  $\forall x \in X F(x)$ , gdzie X jest wcześniej zdefiniowanym zbiorem. W przeciwnym razie nie wiadomo, czy mamy do czynienia z liczbami naturalnymi, zdaniem logicznym, punktami, grafami, czy jeszcze jakimiś innymi obiektami matematycznymi. Błąd ten występuje m.in. na stronach 115, 172, 173, 175, 177, 178 (6 razy), 309 i w wielu innych miejscach.

Kolejne błędy i niezręczności matematyczne: we wzorze (2a) na str. 45 pojawia się nierówność  $\emptyset \leq J \leq \aleph_0$ . Zapis ten oznacza, że zbiór J jest większy lub równy od zbioru pustego i mniejszy lub równy od liczby alef zero (oznaczającej moc zbioru liczb naturalnych). Zbiórów nie porównuje się operatorem " $\leq$ " i nie porównuje się ich także z liczbami, bo taka operacja nie ma sensu (to tak jakby powiedzieć, że Instytut Filozofii UJ jest większy od wtorku). Autorowi chodziło o określenie przedziału dla mocy zbioru J, czyli o zapis  $0 \leq |J| \leq \aleph_0$ , mówiący, że liczba elementów zbioru J jest większa lub równa 0 i mniejsza lub równa liczbie elementów zbioru liczb naturalnych. Kwestie związane z oznaczaniem mocy zbiorów poznaje się na lekcjach matematyki w pierwszej klasie liceum. Pod wzorami (2a)-(2i) Woleński pisze: "(2a) ustala, że J jest, co najwyżej przeliczalnie nieskończony". Po pierwsze nie powinno być tam przecinka, a po drugie zbiory takie przyjęło się nazywać po prostu przeliczalnymi, a nie określać karkołomnym sformułowaniem "co najwyżej przeliczalnie nieskończonymi". Opis komentujący formułę (2d) w rzeczywistości dotyczy formuły (2e). W kolejnym zdaniu Woleński używa zapisu " $Y \in FIN$ ". Będąc konsekwentnym, powinien napisać  $|Y| < \aleph_0$ . Odwołując się do formuły (2g) Woleński stosuje zapis (2f), a odwołując się do (2h) stosuje zapis (2g). Totalny chaos i bałagan.

We wzorze (3) na str. 46 pojawia się symbol **VER**, oczywiście wcześniej nigdzie nie zdefiniowany. Czytelnik sam musi dojść do tego, że **VER** jest zbiorem twierdzeń prawdziwych w zadanym modelu.

Na str. 114 Woleński pisze: Jeśli  $F=R(a_1, \dots, a_n)$ , zapisujemy to przez [...] - po czym pojawia się (wzór (4)) zapis pięć razy bardziej skomplikowany od zapisu wcześniej wprowadzonego. Po co te komplikacje? Czy ma to ilustrować definiowany właśnie "kompleks korespondujący" - pojęcie wprowadzone przez Russella i przytoczone w akapicie powyżej? Jeśli tak, to czemu służyć ma ilustrowanie pojęć filozoficznych graficzną notacją matematyczną?

We wzorze (1) na str. 124 pojawia się  $w_2$ , które nigdzie nie jest zdefiniowane. Zapewne chodzi o  $w_1$ .

We wzorze (14) na str. 130, będącym deflacyjną translacją zdania "wszystkie konsekwencje zdań prawdziwych są prawdziwe" jest  $C_nX$ , a powinno być (chyba)  $C_nA$ . Piszę "chyba", bo jak zwykle nie wiadomo, do jakich zbiorów w formule  $\forall A (A \in X \wedge A \Rightarrow \forall B (B \in C_nX \Rightarrow B))$  należą obiekty  $A$  i  $B$ , czy  $A$  i  $B$  są zdaniami prawdziwymi, czy  $B$  też należy do  $X$ , czy może nie, czy  $X$  jest zdaniem prawdziwym, czy zbiorem zdań prawdziwych itp. itd.

W książce przydałaby się również konsekwencja w oznaczaniu równań. Najlepiej stosować numerację ciągłą, czyli (1), (2), (3) itd., a nie rozpoczynać numeracji od (1) w każdym podrozdziale. Z drugiej strony, niektóre typy numeracji zdań, np. (Z1), (Z2), (Z3) itd. na stronach 188-197, występują jako numeracja ciągła na przestrzeni różnych podrozdziałów. Ponadto wydaje się, że podczas edycji książki autor coś pomieszał z tą numeracją, bo np. w paragrafie 12 rozdziału V występują wzory oznaczone jako (1) i (2), ale odwołanie w tekście jest do formuł o numerach (47) i (48). Kilka zdań później odwołanie do pierwszej formuły oznaczone jest numerem (21). Te same problemy występują w wielu miejscach na kolejnych stronach. Na str. 142 wymieniane są schematy oznaczone literami (A)-(H), przy czym w (G) występuje odwołanie do (G) zamiast do (F). Niewątpliwie wszystko to jest spowodowane nieuwagą autora, nie wydawnictwa, które - jak już wspomniałem - nie raczyło dokonać jakiegokolwiek korekty tekstu...

Na str. 170 argument operatora wartościowania powinien być ujęty w nawias, gdyż jest to zapis funkcyjny:  $v(x)$ , a nie  $vx$ . Kilka wierszy powyżej, na tej samej stronie, występuje nieporadne matematycznie zdanie:

Podział zdań [...] jest rozłączny gdy dla żadnego  $A$ ,  $v(A) = i = j$ , gdzie (a)  $i \neq j$  oraz (b)  $1 \leq i, j \leq n$ .

Po pierwsze, w (b) brakuje znaku "mniejsze lub równe" - powinno być  $1 \leq i, j \leq n$ . Po drugie, skoro własność jest definiowana dla  $i$  różnych od  $j$  (punkt (a)), to zda-

nie  $v(A)=i=j$  nigdy nie będzie spełnione. Z definicji wynika więc, że *każdy* podział zdań jest rozłączny.

Na str. 211 autor stosuje oznaczenie "SP<sub>PC</sub>", po czym ten sam obiekt kilka linijek niżej nazywa się już "SP<sub>J</sub>". Na str. 212 autor stosuje oznaczenie  $P^j(t_1, \dots, t_k) \in FOR_j$ . Skoro  $P^i$  może mieć  $k$  argumentów i to  $k$  jest zmienną, to wypadałoby ten fakt oznaczyć, na przykład stosując notację  $P_k^j$ . Swoją drogą autor stosuje oznaczenie  $P^{jk}$ , ale czyni to wprowadzając znowu zamęt. Pisze bowiem tak:

Jeśli symbol  $P^{jk}$  jest predykatem, to formuła  $P^j(t_1, \dots, t_k)$  jest atomiczna; przykładami są wyrażenia  $P^1(x_2)$  (pierwsza formuła jednoargumentowa) czy też  $P^3(x_1, a_5)$  (trzecia formuła dwuargumentowa).

Wcześniej autor zdefiniował  $P^i$  jako predykat  $i$ -argumentowy. To dlaczego  $P^3$  jest formułą dwuargumentową? A w ogóle dlaczego jest formułą, a nie predykatem? Dlaczego raz predykat oznaczany jest jednym indeksem (np.  $j$ ), a raz dwoma (np.  $j, k$ )? Znowu pomieszanie z poplątaniem. Czytelnik nic nie rozumie. Oczywiście później autor wprowadza kolejne zamieszanie, używając symbolu FOR, chociaż wcześniej zdefiniował symbol FOR<sub>J</sub>.

Na str. 214 autor pisze, że język o trzech stałych indywidualnych, jednym predykatem jednoargumentowym i jednym dwuargumentowym ma sygnaturę  $\langle 0; 0; 1; 2 \rangle$ . Oczywiście powinno być  $\langle 0; 0; 0; 1; 2 \rangle$ . W notacji sygnatur autor swobodnie posługuje się przecinkami i średnikami traktując je zamiennie. Nie wiadomo, czy średnik oznacza co innego niż przecinek. Nie wiadomo dlaczego średniki i przecinki pojawiają się w różnych miejscach w zapisie, bo nie ma tu żadnej widocznej reguły. Kolejne niechlujstwo.

Na str. 216 Woleński pisze o mnożeniu zbiorów. W kontekście algebraicznym - a taki tu występuje - zbiory można przecinać, czy też brać ich część wspólną. Pojęcie mnożenia zbiorów jest również znane w matematyce, ale rozumie się pod nim coś zupełnie innego, niż Woleński chce zdefiniować (dla zbiorów liczbowych  $A$  i  $B$  wyrażenie  $A*B$  oznacza ogół wszystkich iloczynów liczb ze zbioru  $A$  przemnożonych przez liczby ze zbioru  $B$ ).

Woleński ma również problemy z innymi obiektami matematycznymi - ciągami. Na str. 219 pisze on:

Ciągi są funkcjami z liczb naturalnych do dowolnych zbiorów niepustych. Z formalnego punktu widzenia, ciąg  $s: \mathbb{N} \rightarrow X$ , gdzie  $X$  jest zbiorem. Gdy  $X$  jest zbiorem skończonym,  $s$  jest ciągiem skończonym. W przeciwnym razie mamy do czynienia z ciągiem nieskończonym.

Intuicyjnie, ciąg ma być nieskończony, gdy jest nieskończoną sekwencją liczb. Ale według definicji Woleńskiego każdy ciąg jest w tym sensie nieskończony, bo zbiór liczb naturalnych jest nieskończony. W szczególności, gdy zbiór  $X$  jest skończony, ciąg wcale nie jest skończony, bo np. dla ciągu złożonego z nieskończonej wielu jedynek:  $(1, 1, 1, 1, \dots)$  mamy  $|X|=1$ , ale ciąg ma nieskończenie wiele wyrazów. Następnie Woleński pisze, że "wynika z tego, że ciągi składają się z uporządkowanych par". Tylko że nie ma tu żadnego wynikania - można sobie co najwyżej utworzyć równoważną z powyższą definicję ciągu jako zbioru uporządkowanych par.

Na str. 192 Woleński wprowadza pojęcie języka formalnego. Pisze on:

Język formalny jest traktowany jako monoid (wolna półgrupa), tj. zbiór  $G$  z operacją  $\cdot$  spełniającą warunek łączności, tj. jeśli  $a, b, c \in G$ , to  $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$  oraz elementem neutralnym  $\perp$  takim, że dla każdego  $a \in G$ ,  $\perp \cdot a = a$ .

Woleński w tym fragmencie wykazuje się niestety ignorancją w zakresie teorii języków formalnych (tradycyjnie popełnia przy okazji podstawowe błędy w zapisie matematycznym, nie zaznaczając, że element neutralny również ma należeć do  $G$ ). Po pierwsze, Woleński myli pojęcia monoidu oraz wolności struktury. Jedno z drugim nie ma nic wspólnego. Owszem, monoid może być wolny (i w rzeczywistości język formalny jest definiowany po prostu jako pewien rodzaj wolnego monoidu), ale nie jest wolną półgrupą - monoid to półgrupa z elementem neutralnym. Po drugie, wolna struktura zawsze jest wolna nad jakimś zbiorem i ten zbiór zawsze trzeba określić - języki formalne definiuje się jako wolne monoidy nad zadanym alfabetem. Po trzecie, wolna półgrupa nie zawiera elementu neutralnego (chyba, że element neutralny należy do tej półgrupy z definicji, co jest jednak strukturą sztuczną i w teorii języków formalnych nikt tak półgrup nie definiuje - po to właśnie wprowadza się monoidy). Po czwarte, w definicji słowa pustego (czyli elementu neutralnego) należy również powiedzieć, że  $a \cdot \perp = a$  - sama operacja lewostronnej katenacji słowa pustego z dowolnym elementem monoidu nie wystarczy. W świetle definicji Woleńskiego nie wiadomo bowiem, jak rozumieć zapis  $a \cdot \perp$  - skoro monoid ma być wolny, to  $a \cdot \perp$  jest czymś innym niż  $a$ .

Dalej Woleński snuje wywody na temat gramatyk formalnych. I tu nie ustrzeżę się od błędów. Po pierwsze, gramatyka formalna nie "produkuje schematu języka", tylko produkuje (generuje) słowa z pewnego języka. Po drugie, gramatyka nie bywa "uzupełniona uwagami, że pewne ciągi są poprawne, inne nie", bo gramatyka generuje tylko i wyłącznie słowa należące do języka, czyli tylko ciągi poprawne. Po trzecie, Woleński używa w stosunku do ciągów generowanych przez gramatykę sformułowania, że "znaczące wyrażenia mają znaczące części",



co w ogóle jest zdaniem pozbawionym sensu (gramatyka co najwyżej może opisywać syntaksę języka, a nie jego semantykę!). W kolejnym zdaniu Woleński pisze:

Zastrzega się także, iż transformacje gramatyczne nie mogą kończyć się pustymi słowami (dlatego słowo puste w monoidzie  $G$  jest elementem neutralnym, co gwarantuje, że  $a \cdot \perp \neq \perp$ ), a wykluczona jest transformacja typu  $a \rightarrow \perp$ , słowo  $a$  jest nie-puste).

Zastrzeżenie, o którym pisze Woleński, nie ma nic wspólnego z powodem, dla którego symbol oznaczony "pinezką" jest elementem neutralnym. To, że jest to element neutralny, wynika wprost z definicji monoidu. Poza tym Woleński używa tu pojęcia transformacji w gramatyce, które nigdzie wcześniej nie jest zdefiniowane. Jeśli już ktoś chce wprowadzać pojęcie gramatyki i wykorzystywać je (z sensem) do dalszych rozważań, to wypadałoby zdefiniować pojęcie produkcji (prawa, transformacji) w gramatyce, a także pojęcie języka generowanego przez gramatykę. Zastrzeżenie, o którym pisze Woleński, też nie do końca jest prawdziwe. Nic nie stoi na przeszkodzie, aby język zawierał słowo puste. Często w takim przypadku zakłada się tylko tyle, że generacja słowa pustego może nastąpić wyłącznie z symbolu startowego gramatyki, czyli z symbolu, od którego rozpoczynamy wywód słowa, i wtedy symbol słowa pustego nie może występować po prawej stronie żadnej innej produkcji.

Zadziwiające jest, że w kontekście omawiania teorii języków formalnych Woleński ani słowem nie wspomina o dokonaniach Chomsky'ego. W szczególności nazwiskiem Chomsky'ego określa się hierarchię języków formalnych w lingwistyce matematycznej, która to hierarchia jest punktem wyjścia praktycznie wszystkich badań w zakresie teorii języków formalnych.

Po rozważaniach o transformacjach i elementach neutralnych następuje zdanie:

W każdym razie nie ma żadnego powodu, by języki formalne traktować jako obrzydliwe monstra, które jedynie przeszkadzają filozofom w analizie rozmaitych pojęć, np. prawdy.

Cóż, również nie ma żadnego powodu, aby filozofom w analizie rozmaitych pojęć przeszkadzały tak rozmaite monstra jak: metody numeryczne, chemia nieorganiczna, najnowsze dokonania filologii niemieckiej, a także współczesne badania nad chorałem gregoriańskim.

Rozumiem, że Woleński, jako filozof analityczny zajmujący się epistemologią, niekoniecznie musi być ekspertem w zakresie teorii języków formalnych. Ale

wypadałoby, żeby - umieszczając jednak w *podręczniku* informacje z tej dziedziny wiedzy - przynajmniej skonsultował ten fragment z jakimś specjalistą. W Instytucie Filozofii UJ są zdaje się osoby, które prowadzą (bądź prowadziły 7 lat temu, w momencie powstawania książki) wykłady z lingwistyki matematycznej. Nie jest więc chyba wielkim problemem poprosić kolegę z wydziału o przejrzanie tych dwóch czy trzech stroniczek tekstu.

W niektórych miejscach książki pojawiają się też pewne subtelne niezręczności wynikające z niewystarczającej dbałości o precyzję w formułowaniu myśli, zwłaszcza jeśli idzie o kwestie natury matematycznej. Na str. 193 Woleński pisze:

Matematyk powie, że zdanie 'liczby naturalne spacerują po Krakowie' jest pozbawione sensu (ponieważ zwrot 'spacerować po Krakowie'; nie należy do języka matematyki).

Każdy matematyk zapytany, czy powyższe zdanie ma sens, odpowie: to zależy od tego, jak zdefiniowane jest pojęcie 'spacerowania po Krakowie!'. Może to brzmieć śmiesznie, ale trzeba pamiętać, że matematyka jest nauką ścisłą i wszystkie pojęcia, których się w niej używa, muszą być uprzednio zdefiniowane. Tak więc powodem (matematycznej) bezsensowności zdania może być nie tyle fakt, że jakieś wyrażenie "nie należy do języka matematyki", tylko co najwyżej fakt, że wyrażenie to nie zostało zdefiniowane, i dlatego nie wiadomo, co oznacza.

Na str. 454 Woleński omawia twierdzenie Bayesa:

Rozważmy twierdzenie Bayesa, tj. formułę (a)  $P(h, e) = P(h \wedge e)/P(e)$ , gdzie  $P(e) \neq 0$ . Powiada ono, że prawdopodobieństwo względne hipotezy  $h$  z uwagi na dane empiryczne  $e$  ( $P(h, e)$ ) równa się ilorazowi prawdopodobieństwa absolutnego koniunkcji  $h$  i  $e$  przez absolutne prawdopodobieństwo danych. Prawdopodobieństwo absolutne nazywane jest też początkowym lub a priori [...].

Twierdzenie Bayesa mówi, że  $P(X|Y) \propto P(Y|X) \cdot P(X)$ , czyli że prawdopodobieństwo a posteriori zdarzenia  $X$  pod warunkiem zajścia zdarzenia  $Y$  jest proporcjonalne do prawdopodobieństwa zajścia  $Y$  pod warunkiem  $X$  (tzw. likelihood) przemnożonego przez prawdopodobieństwo zajścia  $X$  (prawdopodobieństwo a priori). W kontekście prawa Bayesa często (i tak właśnie jest u Woleńskiego) zdarzenia  $X$  i  $Y$  traktuje się odpowiednio jako hipotezę ( $h$ ) oraz dane empiryczne ( $e$ ). Zapisując w "normalnej" notacji matematycznej to, co chciał napisać Woleński, mamy:  $P(h|e) \propto P(e|h) \cdot P(h)$ . Nie wiem skąd Woleński bierze nazwy "prawdopodobieństwo względne" i "prawdopodobieństwo absolutne". Mówi się po prostu "prawdopodobieństwo a posteriori" i "prawdopodobieństwo a priori", ale niech mu będzie, może taka terminologia jest używana przez filozofów. Natomiast

Woleński popełnia poważny matematyczny błąd, nazywając prawdopodobieństwem a priori prawdopodobieństwo danych, czyli  $P(e)$ !

Zapisując wzór Bayesa jako równanie mamy:  $P(h|e) = P(e|h)P(h)/P(e)$ . Tylko, że prawdopodobieństwem a priori jest tutaj  $P(h)$ , które jest w liczniku, a nie  $P(e)$ , które jest w mianowniku (i nawiasem mówiąc nie ma w teorii bayesowskiej żadnego specjalnego znaczenia, bo pełni tylko i wyłącznie funkcję czynnika normalizującego tak, by lewa strona rzeczywiście wyrażała prawdopodobieństwo, czyli liczbę z przedziału  $[0, 1]$ ). Właśnie o to chodzi w teorii bayesowskiej, że chcemy wiedzieć jakie jest prawdopodobieństwo, że prawdziwa jest pewna teoria (hipoteza)  $h$ , mając pewne dane obserwowalne  $e$ . Twierdzenie Bayesa pozwala nam obliczyć to prawdopodobieństwo używając "odwróconego" prawdopodobieństwa - mianowicie prawdopodobieństwa tego, że zaobserwujemy dane  $e$  pod warunkiem, że hipoteza jest prawdziwa. Musimy jednak to prawdopodobieństwo przemnożyć jeszcze przez  $P(h)$ , czyli prawdopodobieństwo, że hipoteza jest prawdziwa. Prawdopodobieństwo a priori odnosi się właśnie do apriorycznej wiedzy o poprawności samej hipotezy,  $P(h)$ , w oderwaniu od jakichkolwiek danych  $e$  (konieczność podania tego prawdopodobieństwa jest zresztą jednym z punktów krytyki teorii bayesowskiej przez 'klasycznych' statystyków w tzw. sporze *bayesians vs frequentists*). Ale dane te przecież mamy, to co tu jest do obliczania a priori?

Na str. 316 znajdujemy taki tekst:

[...] polega to na kumulacji zbiorów  $VER_1(R), VER_2(R), \dots, VER_k(R), VER_{k+1}(R11)$ , takich, że dla każdego  $i$  i  $i+1$  ( $i=1, 2, \dots, k, k+1, \dots$ ) zachodzi inkluzja  $VER_i(R) \subset VER_{i+1}(R)$  oraz  $VER_1(R) \subseteq VER_{i+k}(R)$ .

W tak niewielkim fragmencie znowu znajduje się mnóstwo błędów, nieścisłości i matematycznego niechlujstwa. Po pierwsze, nie za bardzo wiadomo co to jest "kumulacja" zbiorów. Po drugie - powinno być  $VER_{k+1}(R)$  a nie  $VER_{k+1}(R11)$ . Po trzecie, indeks  $i$  ma przebiegać od 1 do nieskończoności, ale zbiory  $VER$  z indeksem dolnym  $i$  zdefiniowane są tylko dla  $i < k+2$ . Po czwarte, po co pisać "dla każdego  $i$  i  $i+1$ ", jeśli to " $i+1$ " nigdzie nie występuje? Po piąte, nieszczęśliwy jest zapis indeksu " $i+k$ ", skoro  $k$  było wcześniej użyte jako jedna z możliwych wartości indeksu  $i$ . Nawiasem mówiąc, to  $k$  w ogóle jest tutaj niepotrzebne i wprowadza tylko zamieszanie. Wyrobiony matematycznie czytelnik zapewne po krótkiej chwili zorientuje się, że w tym fragmencie chodzi po prostu o wyrażenie faktu istnienia nieskończonego ciągu zbiorów, z których każdy jest zawarty w  $VER(R)$  i każdy kolejny zbiór w tym ciągu jest nadzbiorem zbioru poprzedniego. Czyli zapewne

powinno być  $VER_i(R) \subseteq VER_{i+1}(R)$  zamiast  $VER_1(R) \subseteq VER_{i+k}(R)$ . Ale co powiedzieć ma czytelnik matematycznie nie wyrobiony? On nic z tego akapitu nie zrozumie.

Zaraz po tym fragmencie Woleński pisze: "Wprowadzamy pojęcie teoriomnogościowej granicy zbiorów zdań prawdziwych w  $VER(R)$ ", po czym następuje wzór (60):  $\lim_{i \rightarrow \infty} VER_i(R) = VER(R)$ . Czytelnik znowu popada w konfuzję: kilka wersów wcześniej obiekt  $VER(R)$  był definiowany. Teraz wprowadzane jest pojęcie (czyli definicja) teoriomnogościowej granicy zbiorów prawdziwych, które wygląda nie jak definicja, ale jak *własność* rodziny  $\{VER_i(R)\}$ . Z drugiej strony, z definicji tej rodziny własność ta wcale nie wynika. Nie wiadomo więc, jaki jest status wzoru (60) i co on tak naprawdę opisuje: czy wprowadza jakąś nową definicję (co jest niepoprawne, bo  $VER(R)$  już jest zdefiniowany), czy też jest twierdzeniem (co również jest niepoprawne, bo nie wiadomo, skąd by miało ono wynikać). Jak na ironię akapit ten dotyczy prawd ( $VER$  - od veritas), a zupełnie nie wiadomo, co w tym fragmencie jest prawdą, a co nie. Znowu czytelnik musi sam wykonać pracę i dojść do wniosku, że prawdopodobnie wzór (60) powinien być integralną częścią definicji rodziny zbiorów  $\{VER_i(R)\}$ .

Na stronach 322-323 Woleński omawia "wyrafinowany argument przeciwko konwencji (T) jako mierniku adekwatności (DP)" autorstwa Gupty. Najpierw pojawia się definicja prawdy D, dana przez schemat:

x jest prawdziwe wtw  $W(x)$ .

Następnie Woleński rozważa formułę (\*)  $A \Rightarrow W(x)$  i pisze, że jest ona spełniona przez wszystkie zdania prawdziwe (w domyśle: wszystkie zdania prawdziwe x). Oczywiście, ponieważ nic nie jest tu skwantyfikowane ani dobrze określone (do jakiego zbioru należą A i x? Czy formuła ma zachodzić dla wszystkich x, czy dla pewnego x? itd.), formuła (\*) jest z matematycznego punktu widzenia pozbawiona sensu, co nie jest przeszkodą dla swobodnego jej używania w dalszych rozważaniach autora.

Na str. 336 Woleński pisze, iż "pewne uzasadnienie dla tez postawionych w niniejszym punkcie płynie z teorii baz danych", powołując się na tzw. relacyjny model baz danych. Dlaczego fakt istnienia teorii informatycznej, wykorzystującej zresztą zwykłą algebrę relacji wyłącznie jako techniczne narzędzie do opisu modelu, ma być uzasadnieniem tez filozoficznych, pozostaje dla mnie niezrozumiałe.

W książce Woleńskiego zdarzają się też błędy powodujące uśmiech na twarzy czytelnika. Na przykład, na str. 158 autor pisze, że wymieni "cztery formy sceptycyzmu aletejologicznego, ponieważ piąta, związana z paradoksami semantycznymi, dotyczy czegoś innego". Po czym następuje wymienianie: po pierwsze, po drugie, po trzecie, po czwarte... i po szóste. Czyżby te problemy arytmetyczne

spowodowane były brakującą piątą formą dotyczącą paradoksów? Podobna rzecz występuje na str. 272, na której Woleński pisze: "oto trzy spektakularne przykłady", po czym wymienia... cztery. Albo inny passus ze str. 199: "np. zbiór stołów nie jest zbiorem". Powinno być "nie jest stołem", bo przecież nie da się ukryć, że zbiór zbiorów raczej jest (choć pewnie niektórzy filozofowie mogliby z tą tezą polemizować).

Mam świadomość, że środowisko filozofów może wzruszyć ramionami i stwierdzić, że moja recenzja jest złośliwa. Bo większość moich uwag pod adresem książki Woleńskiego nie jest wielkiego kalibru; bo przecież książka jest o epistemologii, a nie o matematyce; bo przecież kwestie zapisu i formalizmu nie są tu aż tak istotne. Nie oceniam tego podręcznika pod kątem filozoficznych treści w nim zawartych, gdyż jestem w tej materii niekompetentny. Niewątpliwie pod tym względem podręcznik Woleńskiego jest bardzo wartościowy, co wynika z wielu pozytywnych recenzji jakie zebrała *Epistemologia*. Chcę jedynie zwrócić uwagę na niefrasobliwość, z jaką różni uczeni niematematycy wykorzystują aparat matematyczny w swoich pracach. Świetne przykłady zupełnie bezrozumnego wykorzystywania matematyki na poparcie tez z zakresu nauk humanistycznych opisują Sokal i Bricmont w znanej książce "Modne bzdury" (choć są to już przypadki ekstremalne).

To, że matematyka służy uczonym niematematykom tylko i wyłącznie jako narzędzie formalnego wyrażania myśli, nie zwalnia ich od dbałości o poprawność stosowania tego narzędzia. Problem ten zwykle nie jest zauważalny, gdyż matematycy zwykle nie czytają książek filozoficznych, a jeśli już czytają i widzą w nich jakieś matematyczne niedociągnięcia warsztatowe, nie czują potrzeby publicznego wyrażania opinii na ten temat. Na przykład od wydania *Epistemologii* Woleńskiego minęło siedem lat i - według mojej najlepszej wiedzy - żaden recenzent nie zwrócił uwagi na kwestie podniesione w niniejszym tekście. Uważam, że jeśli ktoś pisze podręcznik, to nawet jeżeli matematyka i logika jest dla niego tylko i wyłącznie narzędziem, powinien skonsultować odpowiednie fragmenty książki u specjalisty. Z drugiej strony, przecież każdy filozof przechodzi na pierwszym roku studiów przez kurs logiki i podstaw matematyki. Być może warto położyć na ten przedmiot większy nacisk w edukacji filozoficznej?

Druga moja refleksja dotyczy jakości wydawanych w Polsce książek naukowych. Niestety przyszło nam żyć w czasach, w których ważniejszy od jakości wydawanej książki jest zysk z jej sprzedaży. Wydawnictwa oszczędzają więc na czym się da, poczynając od redaktorów merytorycznych, a skończywszy na korekcie. Efekty takiego oszczędzania przekładają się bezpośrednio na dramatyczny spadek jakości wydawanych pozycji. Skandaliczny poziom edytorski

*Epistemologii* jest dowodem na to, że oszczędności takie czyni również Wydawnictwo Naukowe PWN - nie dokonało ono żadnej, absolutnie żadnej korekty redakcyjnej tekstu Woleńskiego (nie mówiąc już o korekcie merytorycznej). Nawet najmniejszy korektor nie przepuściłby tylu tak rażących błędów. Brak owej korekty - zwłaszcza w kontekście wydawnictwa tej rangi - każe z obawą i smutkiem myśleć o przyszłości naukowego rynku wydawniczego w Polsce.