Diametros nr 6 (grudzień 2005): 255 – 264

O wymieraniu możliwości w teorii czasu rozgałęzionego*

Paweł Garbacz

W jednym z ostatnich numerów kwartalnika „Diametros" Mateusz Klinowski argumentuje, że teoria czasu rozgałęzionego (*branching time*) nie jest adekwatnym modelem sposobu, w jaki odnosimy się do rzeczywistości fizykalnej[1]. Zasadniczym elementem w jego argumentacji jest zarzut, wedle którego teoria ta nie opisuje we właściwy sposób tzw. wymierania możliwości. Niniejsza nota zawiera kilka uwag krytycznych dotyczących wywodów Klinowskiego. Aby uniknąć pewnych usterek w zapisie formalnym, będę nieco odbiegał od jego notacji, ściślej trzymając się sposobu prezentacji z Belnap i in. [2001].

1. Elementy teorii czasu rozgałęzionego

Klinowski przedstawia teorię czasu rozgałęzionego w wersji pochodzącej od Nuela Belnapa. Z grubsza rzecz ujmując jest to teoria formalna, której modelem zamierzonym jest kauzalny aspekt świata realnego. Świat jest tu reprezentowany przez parę $<Tree, \leq>$, gdzie *Tree* jest niepustym zbiorem momentów, a relacja $\leq$, która ma reprezentować kauzalne związki w świecie realnym, jest podzbiorem $Tree \times Tree$. Elementy zbioru *Tree* będę oznaczał przez: m, m', m_1, m_2, ... Wyrażenie „$m_1<m_2$" znaczy, że moment m_2 następuje po momencie m_1. Przy tym spełnione są następujące warunki:

(1.1) $\leq$ jest częściowym porządkiem.

(1.2) $m_1 \leq m_2 \wedge m_3 \leq m_2 \rightarrow m_1 \leq m_3 \vee m_3 \leq m_1$.[2]

(1.3) $\exists m_3 \, (m_3 \leq m_1 \wedge m_3 \leq m_2)$.

---

* Poniższy tekst jest polemiką z artykułem Mateusza Klinowskiego *Możliwe zdarzenia w branching-time*, który ukazał się w 3. numerze ICF Diametros (przyp. red.).

[1] Klinowski [2005].

[2] Formuły ze zmiennymi wolnymi należy odczytywać tak, jakby były poprzedzony kwantyfikatorami ogólnymi wiążącymi te zmienne.

W tak określonej strukturze możemy zdefiniować zbiór historii *History*,

(1.4) $X \in Chain \equiv X \subseteq Tree \wedge \forall x, y \in X\ (x \leq y \vee y \leq x)$.

(1.5) $X \in History \equiv X \in Chain \wedge \forall Y \in Chain\ (X \subseteq Y \rightarrow X = Y)$.[3]

Elementy zbioru *History* będę oznaczał przez: h, h', h_1, h_2, ... Niech $H(m) := \{h \in History: m \in h\}$.

Z bogatej teorii semantycznej nadbudowanej na teorii czasu rozgałęzionego interesować nas będą dwie definicje spełniania. Przez m/h będę rozumiał parę $<m, h>$, gdy $m \in h$. Zbiór takich par, nazywanych punktami, będę oznaczał symbolem „*Point*”. Przyjmuję, że jeżeli $m \notin h$, to dla dowolnego zbioru X, wyrażenie „$m/h \in X$” jest poprawnie zbudowane, lecz jest fałszywe. Niech L będzie językiem, którego własności semantyczne opisujemy za pomocą teorii Belnapa. Dla uproszczenia rozważań przyjmuję, że L jest językiem, w którym występują tylko zdania (a nie formy, tzn. funkcje, zdaniowe). Przez $M = <Tree, I>$ będę oznaczał model tego języka, gdzie interpretacja I jest funkcją odwzorowującą zbiór zdań atomicznych języka L w zbiór $\wp(Point)$. $M, m/h \models \varphi$, to tyle, co: w modelu M w punkcie m/h jest spełniona formuła φ.

(1.6) jeżeli φ jest zdaniem atomicznym języka L, to $M, m/h \models \varphi$ wtw $m/h \in I(\varphi)$.

(1.7) $M, m/h \models \Diamond\varphi$ wtw $\exists h'\ (m \in h' \wedge M, m/h' \models \varphi)$.

Gdy $m \notin h$, zakładam, że w każdym modelu M dowolna formuła φ nie jest spełniona w m/h.

2. Klinowskiego krytyka teorii czasu rozgałęzionego

Wedle Klinowskiego zasadniczą wadą teorii czasu rozgałęzionego jest definicja 1.7, a ściślej to, że nie pozwala ona we właściwy sposób opisać tzw. niewymierających możliwości. Oto najważniejsze elementy argumentacji.

Zdaniem Klinowskiego możliwości zdefiniowane przez 1.7 wymierają. Co to znaczy?

[3] Na marginesie, Klinowski mówi, że historie w teorii czasu rozgałęzionego są maksymalnymi ze względu na $\leq$ podzbiorami *Tree* (Klinowski [2005] s. 3), co może wprowadzić czytelnika w błąd. Powinno być: maksymalnymi (ze względu na relację $\subseteq$) podzbiorami zbioru *Tree*, które są uporządkowane liniowo przez $\leq$.

> Wyobraźmy sobie, że w momencie m mamy dwie wykluczające się możliwości: (a) podnieść lewą rękę, (b) podnieść prawą. Mija nieco czasu i wybieramy opcję (a). Czy możemy teraz, powiedzmy w jakimś momencie m′ późniejszym niż m, podnieść prawą rękę, skoro nie zrobiliśmy tego w m? Oczywiście logicznie i fizycznie jest to możliwe. Jednak pewna możliwość z momentu m została już zrealizowana. Nie ma jej w momencie m′. W sensie obiektywnej możliwości nie jest *już* możliwe podniesienie prawej ręki. Ta *konkretna* możliwość wyczerpała się, wymarła[4].

Źródłem możliwości wymierania możliwości ma być następująca teza teorii czasu rozgałęzionego.

(2.1) $\exists h \in H(m)\ \forall m' \in h\ (m < m' \wedge M, m/h \models \Diamond\varphi \wedge M, m/h \models \Diamond\neg\varphi \rightarrow \neg M, m'/h \models \Diamond\varphi)$.

Klinowski twierdzi, że 2.1 implikuje, że wszystkie możliwości (w sensie 1.7) wymierają. Dlaczego tak wysoka śmiertelność w populacji możliwości jest zabójcza dla teorii Belnapa?

> Weźmy przykładowo pod uwagę zdarzenie polegające na rozpadzie jądra X atomu jednego z promieniotwórczych pierwiastków. Niech będzie to zdarzenie *możliwe*. Opisując je za pomocą struktury BT [tj. struktury czasu rozgałęzionego <*Tree*, ≤> – przyp. PG] powiemy, że w naszej historii istnieje taki moment m, dla którego istnieją co najmniej dwie przyszłe historie: historia z rozpadem jądra (oznaczmy ją h*) w chwili t w jakimś momencie m* > m (m*∈h*) i historia, w której jądro się w chwili t jeszcze się nie rozpada. Oznaczmy ją h**. Oczywiście m∈h* oraz m∈h** [...]. Powiedzmy, że czas mija, nadchodzi chwila t i jądro X się rozpada Znajdujemy się w historii h* i [...] powiemy, że w pewnym sensie możliwość rozpadu stała się „wieczna" – ona nigdy już nie wymrze. Prawdziwość zdania stwierdzającego rozpad jądra X w chwili t została bowiem zagwarantowana. Co jednak w sytuacji, kiedy jądro się nie rozpadło? Znajdujemy się wtedy w jakimś momencie m** historii h** i [...] powinniśmy uznać, że możliwość rozpadu X-a wygasła. Zdarzenie możliwe w m nie jest już przecież możliwe w m** (historia h* nie jest już „dostępna" w m**). [...] Gdy zamiast opisywać rzeczywistość, przy pomocy pewnego formalizmu matematycznego,

[4] Klinowski [2005] s. 8.

> postanawiamy w zamian opisywać raczej sposób, w jaki *zdajemy sprawę* z przebiegu rzeczywistych zdarzeń, adekwatność naszego modelu (i przydatność zastosowanego formalizmu) może zostać bezpośrednio sprawdzona. [...] Zacznijmy od tego, że jeśli język L poprawnie formalizuje nasz sposób ujmowania rzeczywistości, musimy uznać za prawdziwy następujący okres warunkowy:
>
> **(W)** Jeśli w chwili t istnieje możliwość rozpadu jądra X i nie została ona zrealizowana, to w chwili t′ nie istnieje możliwość rozpadu jądra X (gdzie t<t′).
>
> Musimy uwierzyć więc, że jądro X nie może *ciągle jeszcze* się rozpaść, w sytuacji kiedy nie rozpadło się *wtedy*, kiedy mogło. Ale czy ktokolwiek jest w stanie na serio uwierzyć w prawdziwość okresu **W**? Czy ktokolwiek uzależnia prawdziwość zdania mówiącego o *niemożliwości* rozpadu jakiegoś promieniotwórczego jądra jedynie od ewentualnego istnienia *wcześniej* takiej możliwości? Zauważmy, że wpływ na prawdziwość stwierdzenia o niemożliwości zajścia jakiegoś zdarzenia mają raczej inne czynniki, niż istnienie wcześniej takiej możliwości![5]

Najbardziej prawdopodobnym sposobem uniknięcia tego rodzaju trudności jest, w oczach Klinowskiego, wprowadzenie rozróżnienia pomiędzy możliwościami konkretnymi a możliwościami abstrakcyjnymi.

> Możliwość „konkretna" to możliwość zajścia „konkretnego" zdarzenia, możliwość „abstrakcyjna" zaś odnosi się do *zbioru* „konkretnych" możliwości. [...] „Konkretne" zdarzenia z kolei to zdarzenia zrelatywizowane do momentu [...][6]

Jednak, jak obszernie dowodzi Klinowski, „epistemologiczny koszt" tego rodzaju odróżnienia jest wyższy niż koszt poprzestania na pojęciu „możliwości *simpliciter*", która powinna być zdefiniowana nie przez 1.7, lecz przez 2.2:

(2.2) $M, m/h \models \Diamond\varphi$ wtw $\exists h'\ (h \cap h' \neq \emptyset \wedge \exists m' \in h'\ M, m'/h' \models \varphi)$.[7]

[5] Ibid., s. 10-12.

[6] Ibid., s. 13.

[7] Niektóre uwagi sformułowane przez Klinowskiego w kontekście „argumentu z wymierania" można potraktować jako niezależne obiekcje wobec teorii czasu rozgałęzionego. Mam tu na myśli przede wszystkim jego wypowiedź o relacji pomiędzy semantycznym modelem języka a wiedzą użytkowników tego języka (zob. ibid., s. 17-18). Z różnych powodów nie będę tu poruszał tego rodzaju problemów.

3. Krytyka krytyki Klinowskiego

Najpierw chciałbym poruszyć pewną, raczej marginalną, kwestię terminologiczną. Klinowski w ten sposób określa relację pomiędzy formalnym pojęciem „momentu" a intuicyjnym pojęciem „zdarzenia":

> Pomijam tutaj całkowicie problem rozstrzygnięcia, które elementy struktury BT są odpowiednikiem zdarzeń. Wielu autorów, m.in. Belnap i Xu, uważa, że rolę zdarzeń (*event*) [...] pełnią raczej pewne podzbiory historii (interwały lub tzw. tranzycje), zaś z momentami należy jedynie utożsamiać stany rzeczy (*state of affairs*) (por. Xu [1997] s. 147 i n.)[8].

Uwaga ta wymaga uzupełnienia. Rzeczywiście, w artykule Belnap [1999] zdarzeniami są nazwane podzbiory zbioru *Tree*, ale jednocześnie elementy tego zbioru są nazywane zdarzeniami punktowymi (*point events*). Co więcej, w Belnap i in. [2001] elementy te są nazywane po prostu zdarzeniami.

> Każdy moment należy pojmować jako punktowe, przestrzennie nieograniczone, realnie możliwe konkretne zdarzenie [...], ujęte przedrelatywistycznie[9].

Jednocześnie zdarzeniami w sensie szerszym są nazwane zbiory momentów[10]. Jak zatem widać, terminologia filozoficzna, w której interpretuje się teorię czasu rozgałęzionego, nie jest stabilna.

Przechodząc do spraw donioślejszych, twierdzę, że najpoważniejszą usterką formalną w argumentacji Klinowskiego jest fakt 3.1.

(3.1) 2.1 nie jest twierdzeniem teorii czasu rozgałęzionego.

Dowód:

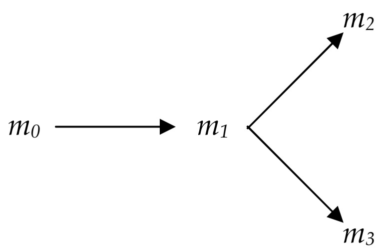
Struktura przedstawiona na rys. 1 spełnia warunki 1.1-1.3.

---

[8] Ibid., s. 13.

[9] Belnap i in. [2001] s. 178.

[10] Ibid., s. 190.



rys. 1

Niech:

- $h_1 := \{m_0, m_1, m_2\}$,
- $h_2 := \{m_0, m_1, m_2\}$.

Oczywiście, $History = \{h_1, h_2\}$.

W tak zdefiniowanej strukturze definiuję następujący model (czy raczej część modelu):

- $I(\varphi) := \{m_0/h_1, m_1/h_1, m_1/h_2, m_2/h_1\}$.

Z 1.6 i 1.7 wyprowadzamy następujące konsekwencje:

1. dla historii h_1:

   $m_0/h_1 \models \Diamond\varphi$,

   $m_0/h_1 \models \Diamond\neg\varphi$,

   $m_1/h_1 \models \Diamond\varphi$.

2. dla historii h_2:

   $m_0/h_2 \models \Diamond\varphi$,

   $m_0/h_2 \models \Diamond\neg\varphi$,

   $m_1/h_2 \models \Diamond\varphi$.

Zatem nie istnieje taka historia, której istnienie postuluje 2.1.

Zwróćmy uwagę, że chociaż w modelu z rys. 1 nie jest tak, że $m_3/h_2 \models \Diamond\varphi$, to jest to konsekwencją tego, że moment m_3 zawiera tylko jedną historię. Gdyby moment ten zawierał więcej niż jedną historię, nadal mogłoby być tak, że $m_3/h_2 \models \Diamond\varphi$.

Ponieważ „teza" 2.1 jest istotnym czynnikiem w argumentacji Klinowskiego, fakt 3.1 konkluzywnie dowodzi, że argumentacja ta jest (materialnie) niepoprawna.

Co to jednak znaczy, że możliwości wymierają? Na podstawie definicji 1.7 najbardziej naturalną formułą wydaje się ta, wedle której możliwość tego, że φ, jest *żywa w punkcie m/h* (w modelu M) wtw istnieje taka historia h', że $m \in h'$ i $m/h' \in I(\varphi)$. [11] Jak łatwo zauważyć, gdy możliwość jest żywa w punkcie m/h, to jest ona również żywa w każdym punkcie m/h', gdzie $h' \in H(m)$. Dlatego, zamiast o własnościach przysługujących możliwości w punkcie, dalej będę mówił o własnościach przysługujących możliwości w momencie. Możliwość tego, że φ, jest *żywa w momencie m* (w modelu M) wtw istnieje taka historia $h \in H(m)$, że $m/h \in I(\varphi)$. Możemy wtedy powiedzieć, że gdy $m \leq m'$, to możliwość tego, że φ, *wymarła pomiędzy* momentem m a momentem m' (w modelu M) wtw była ona żywa w m (w M) i nie była żywa w m' (w M). Oczywiście, przy tej definicji, możliwości nie muszą wymierać. Załóżmy przykładowo, że $\forall m \in Tree\ \exists m_1, m_2 \in Tree\ (m \leq m_1 \wedge m \leq m_2 \wedge \neg m_1 \leq m_2 \wedge \neg m_2 \leq m_1)$. Wówczas dla dowolnego momentu m, zbiór $H(m)$ jest nieskończony. Jeżeli $m_1 < m_2$, to $H(m_2) \subseteq H(m_1)$, stąd zbiór $H(m_1) \cap H(m_2) = H(m_2)$ zawiera przynajmniej dwa elementy, oznaczmy je przez h_1 i h_2. Zatem istnieje taki model $M = <Tree, I>$, że dla zdania „φ":

(3.2) (i) $m_1/h_1 \in I(\varphi)$, $m_1/h_2 \notin I(\varphi)$,

(ii) $m_2/h_1 \in I(\varphi)$, $m_2/h_2 \in I(\varphi)$.

3.2 implikuje, że możliwość tego, że φ, nie wymarła pomiędzy m_1 a m_2 (w tym modelu).

W teorii czasu rozgałęzionego możliwości zdarzeń nie tylko mogą nie wymierać, lecz mogą nawet „zmartwychwstawać". Będę mówił, iż, o ile $m \leq m'$, możliwość tego, że φ, *zmartwychwstała pomiędzy* momentem m a momentem m' (w modelu M) wtw istnieje taki moment m_0, że (i) $m \leq m_0 \leq m'$, (ii) możliwość tego, że φ, wymarła pomiędzy m a m_0 (w M), (iii) możliwość ta jest żywa w m' (w M). Jak

[11] Mówiąc o możliwości zdarzeń, zakładam, że „φ" reprezentuje tylko zdania atomiczne języka L.

łatwo pokazać, istnieją struktury <*Tree*, ≤>, takie, że można w nich zdefiniować modele, w których pewne możliwości po swej śmierci, wracają do życia.

Jednak uważniejsza lektura artykułu Klinowskiego prowadzi do wniosku, że jego autor przyjmuje inną niż wyżej podana definicję wymierania możliwości. Wprowadzając „tezę" 2.1 formułuje on następującą uwagę:

> Wymieranie możliwości jest wynikiem formalnych własności struktury BT [tj. <*Tree*, ≤> – przyp. PG]. W branching rzeczywistość, czyli „pęk" B_m [tu: $H(m)$ – przyp. PG], jest dynamiczna w tym sensie, iż dla m' > m (zwykle) jest tak, że $B_{m'} \subset B_m$. W miarę upływu czasu w branching jest coraz mniej alternatyw przyszłych wydarzeń. Alternatywy te wymierają. Stąd, wymierać muszą także obiektywne możliwości[12].

Uwaga ta sugeruje, że możliwości to tyle, co części historii czy, ściślej, części momentów będących częściami historii. Innymi słowy,

(3.3) Możliwość (tego, że φ) jest *żywa w* punkcie m/h wtw stan rzeczy polegający na tym, że φ, jest częścią momentu m historii h.

Tego rodzaju interpretację zdaje się potwierdzać następujące sformułowanie:

> Przez możliwość jakiegoś faktu czy zdarzenia w danym momencie m i historii h rozumiemy „zawieranie się" tego faktu w momencie należącym do jednej z historii rozwoju wydarzeń rozgałęziających się „nad" m[13].

Jeżeli teraz elementy struktury <*Tree*, ≤> są mereologicznie rozłączne, tzn. jeżeli dowolne dwa (różne) momenty nie posiadają części wspólnych, każda możliwość jest żywa tylko w jednym punkcie, co implikuje, że każda możliwość umiera zaraz po swych narodzinach.

Przy tak zdefiniowanym pojęciu „bycia żywym" i przy tym założeniu, możliwości w istocie wymierają, lecz fakt ten nie ma nic wspólnego z warunkami 1.1-1.3 czy definicją 1.7. Niezależnie bowiem od tego, czy zdefiniujemy możliwości przez 1.7 czy przez 2.2, możliwości będą wymierać, o ile tylko relacja ≤

[12] Klinowski [2005] s. 9.

[13] Ibid., s. 7.

jest częściowym porządkiem, którego elementy są mereologicznie rozłączne. Zauważmy, że sama definicja 3.3 nie gwarantuje, że możliwości wymierają; jeśli bowiem wszystkie elementy struktury $<Tree, \leq>$ posiadają część wspólną, to pewien stan rzeczy nigdy nie wymrze w takiej strukturze.

Definiując istnienie możliwości jako zawieranie się w unikalnym momencie historii, Klinowski skazuje teorię czasu rozgałęzionego za przestępstwo, które sam popełnił. Nie można bowiem zarzucać teorii, że implikuje to, że każda możliwość istnieje tylko w jednym momencie, jeżeli do takiej konsekwencji prowadzi własna definicja możliwości. Co więcej, taka implikacja ma miejsce tylko wtedy, gdy struktura czasu rozgałęzionego spełnia warunek, który nie tylko nie wynika z tej teorii, ale który nawet nie może być w niej sformułowany (brak terminów mereologicznych!).

Wydaje się, że Klinowski nie zwrócił uwagi na fakt, iż definicja 1.7 nie uzależnia wartości logicznej zdań o postaci „jest możliwe, że φ" od tego, czy stan rzeczy reprezentowany przez zdanie „φ" jest częścią określonego momentu (w pewnej historii). Zgodnie z 1.7 wartość logiczna takich zdań zależy (ostatecznie) od funkcji *I*. Stąd nawet jeżeli w punkcie m/h zdanie „φ" jest prawdziwe ponieważ $m/h \in I(\varphi)$, to nawet jeżeli w momencie $m' \geq m$, $m'/h \notin I(\varphi)$ ponieważ $m' \notin h$, to w ogólności może być tak, że istnieje taka historia $h' \in H(m')$, że $m'/h' \in I(\varphi)$, czyli, że zdanie „jest możliwe, że φ" jest prawdziwe w m'/h.

Przyjrzyjmy się teraz definicji 2.2, która ma zastąpić 1.7. Po pierwsze, jak łatwo zauważyć, warunek „$h \cap h' \neq \varnothing$" jest zbędny, gdyż jest to konsekwencja aksjomatów 1.1-1.3. Każde dwa elementy zbioru *History* mają niepustą część wspólną z uwagi na 1.3. Definicja 2.2 jest zatem równoważna 3.4.

(3.4) $M, m/h \models \Diamond\varphi$ wtw $\exists h' \, \exists m' \in h' \; M, m'/h' \models \varphi$.

Jednak teraz, coś jest możliwe w pewnym punkcie, gdy zachodzi w dowolnym innym punkcie, co nie jest zgodne ze sposobem, w jaki stosujemy pojęcie „możliwości". Przykładowo, z 3.4 wynika, że jest możliwe w dowolnym punkcie wyznaczonym przez obecny moment, że mam wszystkie zęby mleczne, ponieważ w pewnym punkcie (wyznaczonym przez jeden z momentów należących do mojej przeszłości) mam wszystkie zęby mleczne. Upraszczając, teraz jest możliwe, że mam wszystkie zęby mleczne, ponieważ kiedyś miałem wszystkie zęby mleczne. Podobne absurdalne konsekwencje otrzymamy z 3.4 w dziedzinie zjawisk i procesów fizykalnych. Niezależnie od tego, czy zreferowane wyżej argumenty przeciw definicji 1.7 są konkluzywne, czy nie, definicja 2.2 nie ujmuje adekwatnie tego, o czym mówimy posługując się pojęciem „możliwości".

A na koniec niech wolno mi będzie poradzić Koledze Klinowskiemu w kwestii obyczajowo-lingwistycznej: albo *Possible Events In Branching Time* albo *Możliwe zdarzenia w czasie rozgałęzionym*! For God's sake, nie mieszajmy (nad miarę) języków!

Bibliografia:

Belnap [1999] – N. Belnap, *Concrete transitions*, w: *Actions*, N*orms, Values: Discussions with Georg Henrik von Wright*, red. G. Meggle, Walter de Gruyter, Berlin, s. 227-236.

Belnap i in. [2001] – N. Belnap, M. Perloff, M. Xu, *Facing the Future: Agents and Choices in Our Indeterminist World*, Oxford University Press, Oxford 2001.

Klinowski [2005] – M. Klinowski, *Możliwe zdarzenia w branching-time*, „Diametros" (3) 2005, s. 1-26.

Xu [1997] – M. Xu, *Causation in branching time (I): transitions, events and causes*, „Synthese" (112) 1997, s. 137-192.